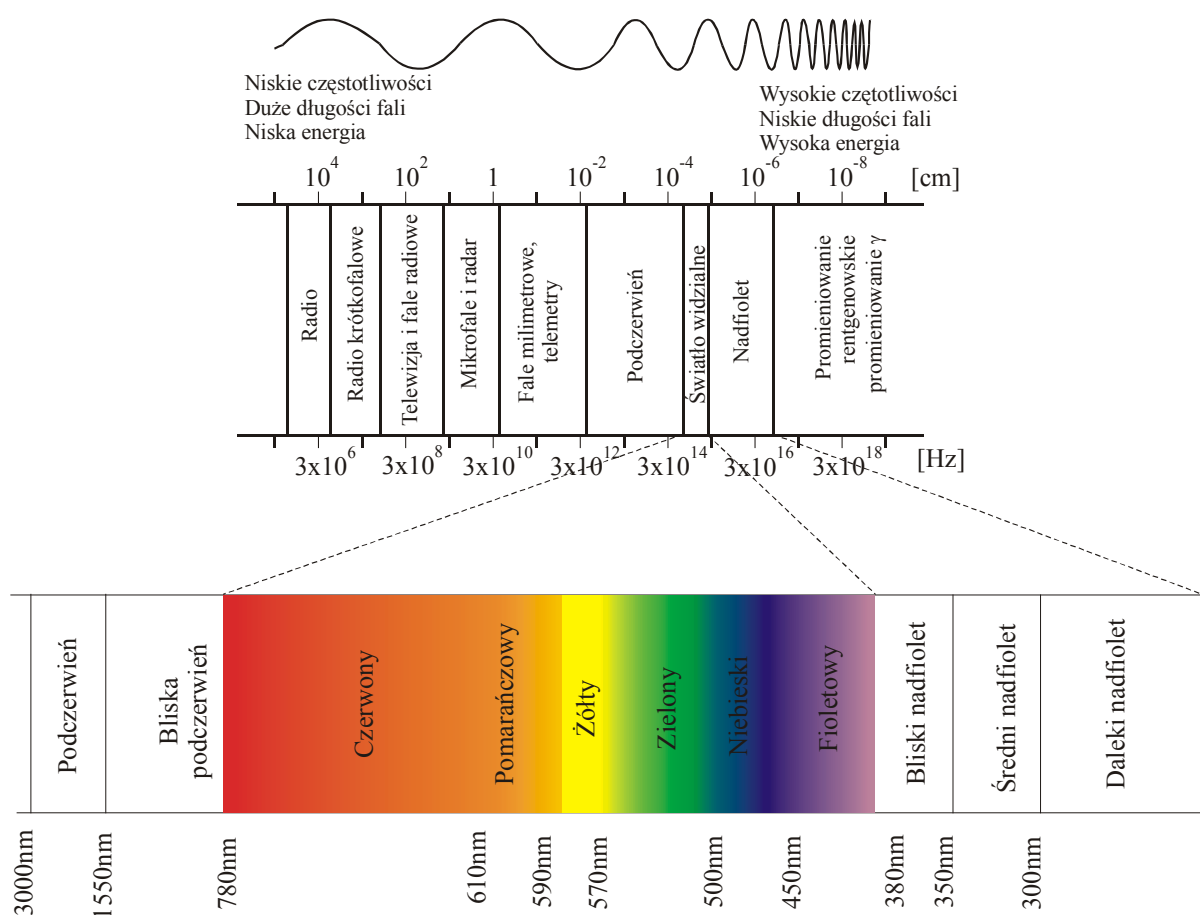


# Rozdział 1

- 1.1 . Wstęp - podstawy fizyczne techniki światłowodowej
- 1.2 . Prawo Snelliusa i kąt graniczny dla całkowitego wewnętrznego odbicia
- 1.3. Rodzaje światłowodów
- 1.4 Rozchodzenie się światła w światłowodach. Analiza elektrodynamiczna
  - 1.4.1. Światłowod cylindryczny skokowy
    - 1.4.1. Mody typu TE (lub H)
    - 1.4.2. Mody typu TH (lub E)
    - 1.4.3. Mody hybrydowe typu HE i EH
    - 1.4.4. Typy modów  $TE_{mp}$ ,  $TM_{mp}$ ,  $HE_{mp}$ ,  $EH_{mp}$
    - 1.4.5. Częstotliwość odcięcia
    - 1.4.6. Mody liniowo spolaryzowane  $LP_{mp}$
  - 1.5. Rozchodzenie się światła w światłowodach. Analiza elektrodynamiczna. Światłowod planarny. Graficzne rozwiązywanie równania charakterystycznego
- 1.6. Rozchodzenie się światła w światłowodach. Analiza toru optycznego i analiza elektrodynamiczna dla światłowodu cylindrycznego gradientowego
- 1.7 . Wytwarzanie światłowodów szklanych
- 1.8. Pojęcie okien optycznych światłowodów
- 1.9. Generacje transmisji światłowodowej
- 1.10. Podsumowanie
- 1.11. Uzupełnienia

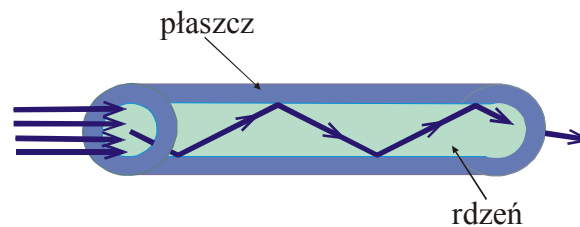
# 1.1. Wstęp - podstawy fizyczne techniki światłowodowej

Światło wykorzystywane jest w optoelektronice i telekomunikacji światłowodowej do transmisji sygnałów niosących informacje, w interferometrach światłowodowych, laserach światłowodowych, czujnikach oraz modulatorach optoelektrycznych. Stwierdzenie to choć powszechnie używane, nie zawsze jest precyzyjne, bowiem termin światło oznacza promieniowanie elektromagnetyczne z zakresu widzialnego 380-780 nm, zaś w wielu zastosowaniach, np. transmisji światłowodowej wykorzystujemy promieniowanie z zakresu bliskiej podczerwi 850 nm, 1310 nm, 1550 nm. Rys 1.1 przedstawia widmo promieniowania elektromagnetycznego i pozwala usytuować promieniowanie wykorzystane w transmisji światłowodowej. W dalszej części książki terminu światło i promieniowanie elektromagnetyczne z zakresu dalekiej podczerwi będziemy używać zamiennie.



Rys.1 .1 Widmo promieniowania elektromagnetycznego

Światłowód (ang. optical fiber) jest falowodem służącym do przesyłania światła. Zbudowany jest z włókna dielektrycznego - najczęściej szklanego, noszącego nazwę rdzenia (ang. core) oraz otuliny, zwanej płaszczem (ang. cladding) z tworzywa sztucznego lub szkła o współczynniku załamania światła mniejszym niż współczynnik załamania rdzenia. Światło transmitowane przez światłowód jest „uwięzione” w rdzeniu na skutek zachodzenia zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia. Zjawisko całkowitego wewnętrznego odbicia oznacza sytuację w której promień w rdzeniu padając pod kątem, większym od pewnego kąta, zwanego kątem granicznym  $\Theta_{gr}$  na granicę faz rdzeń-płaszcz odbija się i wraca do rdzenia bez strat, co umożliwia propagację światła przez włókno. W zależności od kąta padania na rdzeń i współczynników załamania materiałów rdzenia i płaszcza, ilość światła odbitego na granicy rdzeń-płaszcz zmienia się. Na rysunku (1.2) przedstawiono najprostszyszy schemat światłowodu cylindrycznego.



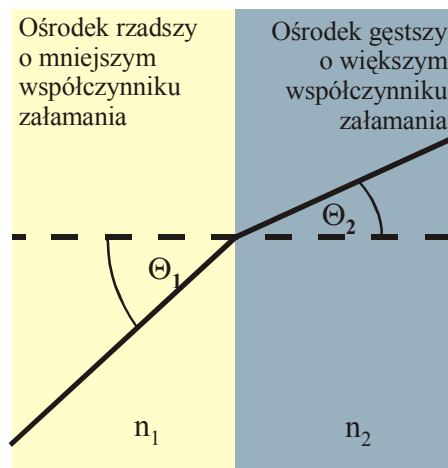
Rys 1.2 Schemat światłowodu

## 1.2. Prawo Snelliusa i kąt graniczny dla całkowitego wewnętrznego odbicia

Przypomnijmy pojęcie kąta granicznego  $\Theta_g$ , który zapewnia zachodzenie zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia. Tor światła padając pod kątem  $\Theta_1$  na granicę faz ośrodków o różnych współczynnikach załamania  $n_1$  i  $n_2$  spełnia warunek wyrażony prawem Snelliusa.

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\sin \Theta_2}{\sin \Theta_1} \quad (1.1)$$

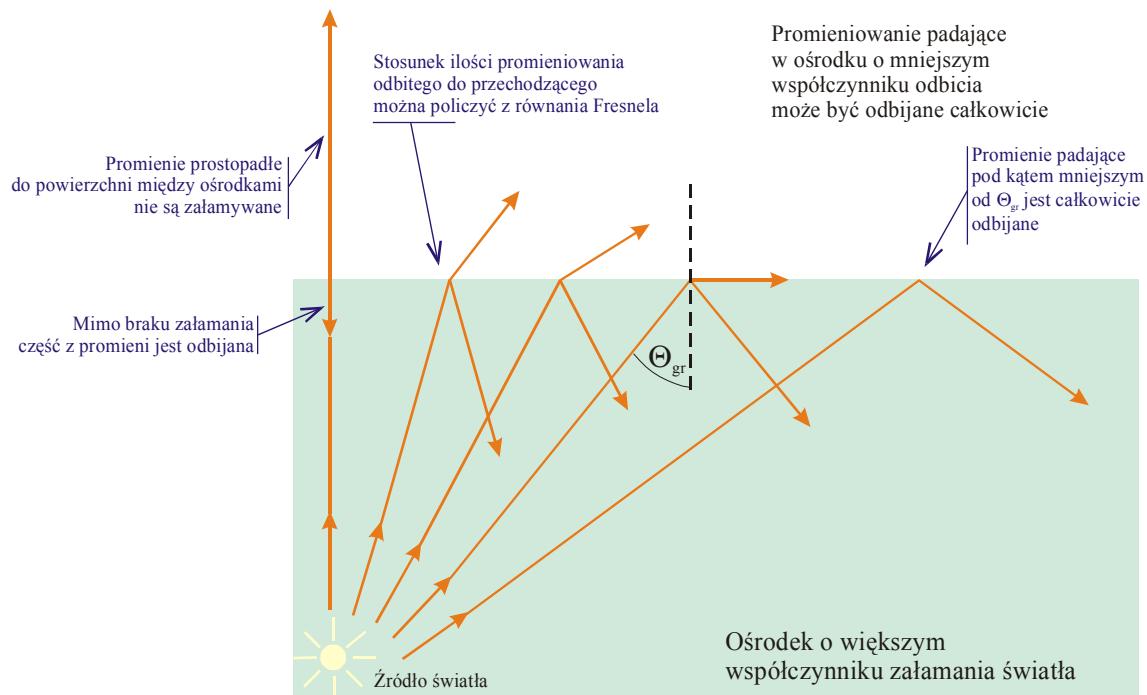
gdzie  $n_1$  jest współczynnikiem załamania ośrodka 1,  $\Theta_1$  jest kątem padania z ośrodka 1 na granicę faz,  $n_2$  jest współczynnikiem załamania ośrodka 2,  $\Theta_2$  jest kątem załamania (Rys.1.3).



Rys.1.3 Ilustracja prawa Snelliusa

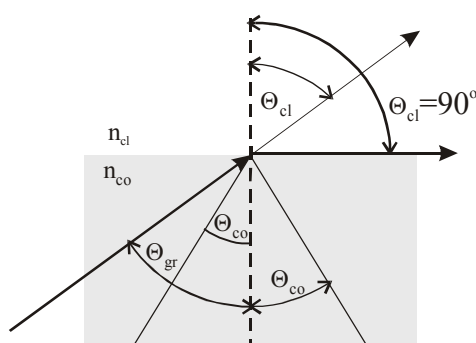
Jeżeli światło pada na granicę faz od strony ośrodka gęstszego (charakteryzowanego przez współczynnik załamania  $n_2$ ) do ośrodka rzadszego ( $n_1$ ) to kąt  $\theta_2$  jest kątem padania,  $\theta_1$  jest kątem załamania na rys.1 3. Ponieważ  $n_2 > n_1$ , kąt załamania  $\theta_1$  jest większy od kąta padania  $\theta_2$ . Dla pewnego granicznego kąta padania  $\theta_{gr}$ , kąt załamania wynosi  $90^\circ$ . Dla kąta padania większego od kąta granicznego  $\theta_{gr}$  promień nie przechodzi już do ośrodka rzadszego jako promień załamany, bowiem na granicy faz ulega odbiciu (Rys 1.4). Zjawisko to nosi nazwę całkowitego wewnętrznego odbicia. Rysunek 1.4 ilustruje wszystkie możliwe sytuacje, od prostopadłego padania na granicę faz ( $\theta_1=0$ ), poprzez częściowe odbicie i załamania ze

stosunkiem ilości promieniowania odbitego  $R_1$  i załamane go  $R_2$ , opisanego równaniem Fresnela  $R_1 / R_2 = \frac{n_2^2}{n_1^2}$ , poprzez sytuację graniczną ( $\theta_1 = \theta_{gr}$ ,  $\theta_2 = 90^\circ$ ) do całkowitego wewnętrznego odbicia.



Rys.1. 4 Ilustracja zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia

Gdy światło wędruje w światłowodzie to kąt padania na granicę faz rdzeń-płaszcz wynosi  $\theta_1 = \theta_{co}$ , kąt załamania  $\theta_2$  wynosi  $\theta_2 = \theta_{cl}$  zaś  $n_1 = n_{co}$  oraz  $n_2 = n_{cl}$ , gdzie  $n_{co}$  jest współczynnikiem załamania rdzenia (core),  $n_{cl}$  jest współczynnikiem załamania płaszcz (cladding) (Rys.1.5).



Rys.1.5 Ilustracja zjawiska całkowitego wewnętrznego odbicia w światłowodzie

Z wzoru Snelliusa (1,1) wynika, że  $n_{co} \sin \theta_{co} = n_{cl} \sin \theta_{cl}$ . Jeżeli  $\theta_{co} \rightarrow \theta_{gr}$  to  $\theta_{cl} \rightarrow 90^\circ$ , czyli

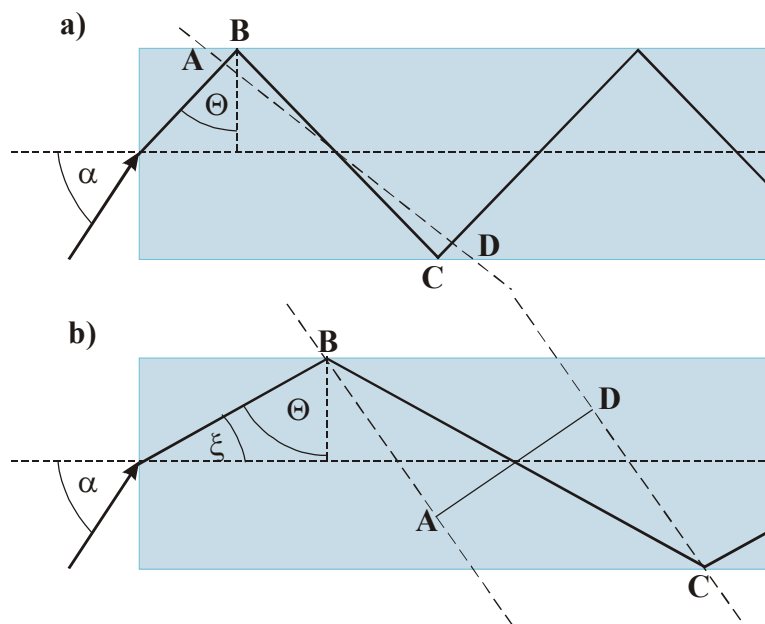
$n_{co} \sin \theta_{gr} = n_{cl} \sin 90^\circ$ , stąd kąt graniczny dla którego następuje całkowite wewnętrzne odbicie wynosi

$$\theta_{gr} = \arcsin\{n_{cl}/n_{co}\} \quad (1.2)$$

Podczas całkowitego wewnętrznego odbicia fala padająca wnika na pewną głębokość (rzędu długości fali) w ośrodek rzadszy co powoduje przesunięcie fazy  $\phi$  między falą padającą i falą odbitą  $\Phi$  [6]

$$\operatorname{tg} \frac{\Phi}{2} = \left[ \frac{\sin^2(\Theta_{gr})}{\sin^2 \xi} - 1 \right]^{1/2} \quad (1.3)$$

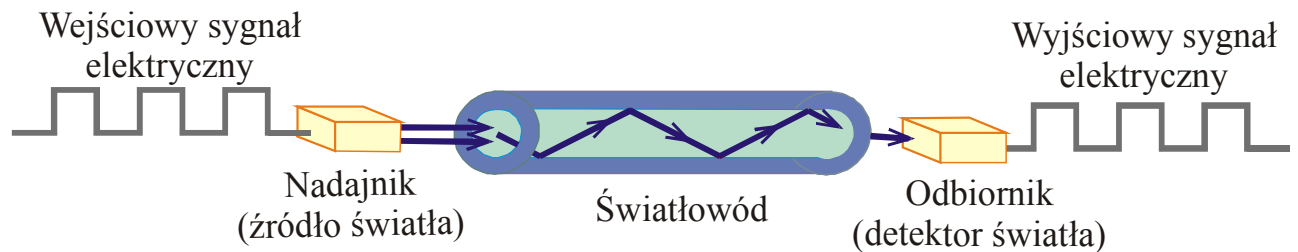
gdzie  $\xi = \pi/2 - \Theta$  jest kątem między osią falowodu a wektorem falowym promieniowania propagującego w falowodzie (Rys. 1.6).



Rys. 1.6 Tor światła propagującego w światłowodzie

Przesunięcie fazy odgrywa ważną rolę w propagacji światła przez światłowód. Wykorzystamy tę relację później, omawiając typy modów i obszar modów prowadzonych.

Gdy spełniony jest warunek całkowitego wewnętrznego odbicia promień odbija się na granicy rdzeń-płaszcz i wraca do rdzenia bez strat, co umożliwia propagację światła przez włókno. Źródłem światła jest laser lub dioda luminescencyjna LED. Elektryczny sygnał wejściowy jest zamieniany na sygnał optyczny w nadajniku modulując jednocześnie natężenie światła nadajnika. Promieniowanie podczerwone wprowadzone do światłowodu wędruje w rdzeniu z prędkością światła  $v$  w ośrodku (czyli w w szkle około 200 000 000 m/s, bo  $n \approx 1.52$ ;  $v = \frac{c}{n}$ ), aby następnie trafić do detektora (fotodiody PIN lub fotodiody lawinowej), gdzie sygnał optyczny jest powtórnie zamieniany na sygnał elektryczny. Najprostszy schemat ideowy systemu światłowodowego przedstawiono na Rys.1.7.



Rys. 1.7. Schemat systemu światłowodowego

#### Zalety stosowania światłowodów:

- ogromne przepływności binarne, rzędu kilku Tb/s, a w warunkach laboratoryjnych rzędu 10 Tb/s, niemożliwa do uzyskania za pomocą przewodów miedzianych,
- małe tłumienności, sygnał może być przesyłany bez regeneracji na duże odległości,
- światłowody nie emitują na zewnątrz pola elektromagnetycznego, są więc medium trudnym do stosowania podsłuchu,
- brak przesłuchów między kablami,
- odporność na zewnętrzne zakłócenia pola elektromagnetycznego,
- nie stwarzają zagrożenia pożarowego,
- niska elementowa stopa błędów mniejsza niż  $10^{-10}$ .

#### Wady stosowania światłowodów:

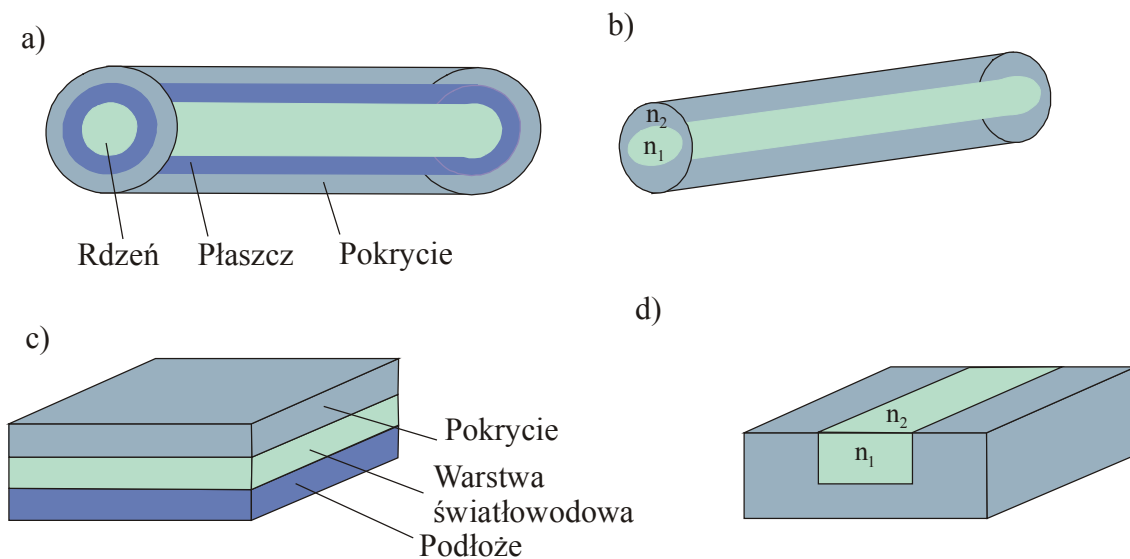
- wyższe koszty włókna niż kabla miedzianego,
- przy wyższych mocach optycznych możliwe stopienie włókna szklanego,
- trudniejsze i droższe sklejenie niż łączenie drutów miedzianych.

### 3. Rodzaje światłowodów

Omówimy teraz różne rodzaje światłowodów stosowanych w telekomunikacji, sieciach komputerowych, w interferometrach światłowodowych, laserach światłowodowych, czujnikach oraz modulatorach optoelektrycznych. Możemy dokonać wielorakiego podziału światłowodów ze względu na:

- a) budowę (cylindryczny, dwójłomny, planarny, paskowy)
- b) liczbę modów (jednomodowy, wielomodowy)
- c) profil współczynnika załamania (skokowy, gradientowy)
- d) polaryzację (klasyczne, podtrzymujące polaryzację, polaryzujące)
- e) rodzaj zastosowanego materiału (szklane, plastikowe, półprzewodnikowe)
- f) dyspersję (z naturalną dyspersją, z przesuniętą dyspersją DSF, z poszerzoną dyspersją DWF, z odwróconą dyspersją)
- g) zdolności aktywnej obróbki sygnału (pasywne-transmisja danych, aktywne-wzmacniacze)

Na Rys.1.8. przedstawiono światłowód cylindryczny (zwany również światłowodem włóknistym), światłowód dwójłomny, światłowód planarny, paskowy.



Rys.1.8. Światłowód cylindryczny (a), światłowód dwójłomny (b), światłowód planarny (c), paskowy (d)

**Światłowód cylindryczny** składa się z dielektrycznego rdzenia, najczęściej szkła, w kształcie walca, w którym propagowane jest światło. Rdzeń otoczony jest warstwą cylindryczną z dielektryka o mniejszym niż rdzeń współczynnikiem załamania zwaną płaszczem. Typowa różnica współczynników załamania  $\Delta h = n_1 - n_2$ , wynosi 0.005. Wokół płaszczka znajduje się pokrycie, które pełni rolę ochronną.

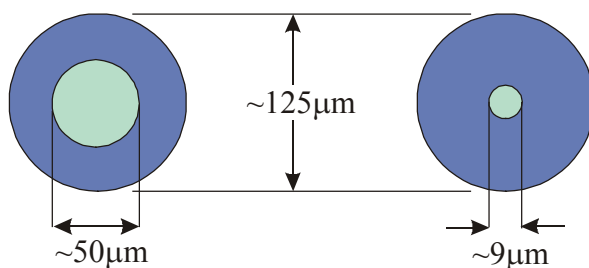


**Światłowód planarny**, zwany falowodem (ang. waveguide) ma kształt prostopadłościanu składającego się z trzech warstw: podłoża, warstwy światłowodowej i pokrycie. Pokrycie i podłoże charakteryzują się niższym współczynnikiem załamania niż warstwa propagująca światło.

Ze względu na liczbę prowadzonych modów światłowody dzielimy na **jednomodowe** i **wielomodowe**. Modem nazywamy jedną z dopuszczalnych struktur pola elektromagnetycznego wewnątrz włókna światłowodowego. Struktury te można obliczyć korzystając z równań Maxwella, stosując odpowiednie warunki brzegowe. Zrobimy to w rozdziale 1.4.

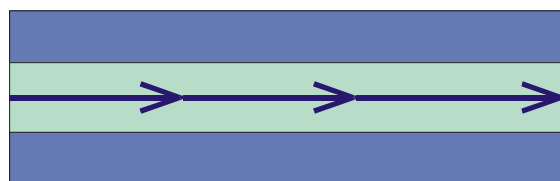
**Światłowody wielomodowe** (ang. MMF, multimode fiber) charakteryzują się dużą średnicą rdzenia (50 lub 62.5 mikrometrów) ( $1\mu\text{m}=10^{-6}\text{m}$ ).

**Światłowody jednomodowe** (ang. SMF, single mode fiber) charakteryzują się niewielką średnicą rdzenia (od 5 do 10 mikrometrów). Średnica płaszczka w obu wypadkach wynosi  $125\mu\text{m}$ . (Rys.1.9).



Rys.1.9 Wymiary światłowodu wielomodowego (a) i jednomodowego (b)

Możemy powiedzieć, że ze względu na małą średnicę rdzenia, promień świetlny w światłowodach jednomodowych rozchodzi się prawie równoległe do osi światłowodu i propagowany jest tylko wzdłuż jednego toru. Szczegółową analizę propagacji światła podamy w rozdziale 1.4 w oparciu o analizę elektrodynamiczną. Mówimy, że fala świetlna propagowana jest tylko w jednym modzie, tzw. modzie podstawowym, gdy wewnątrz światłowodu istnieje tylko jeden typ struktury przestrzennej pola elektromagnetycznego.



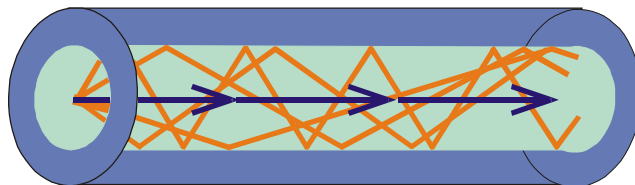
Rys.1.10. Tor światła w światłowodzie jednomodowym

Światłowód propaguje tylko jeden mod, gdy spełniony jest warunek  $v < 2.405$ , gdzie  $v$  oznacza częstotliwość znormalizowaną i wyraża się wzorem

$$v = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.4)$$

gdzie  $a$  jest średnicą rdzenia światłowodu,  $\lambda_0$  jest długością fali propagowanej przez światłowód,  $n_1$  i  $n_2$  są współczynnikami załamania rdzenia i płaszczka. Gdy częstotliwość  $v$  jest większa od 2,405, światłowód przestaje być jednomodowym i propaguje więcej modów. Warunek (1.4) wyprowadzimy w rozdziale 1.5, gdzie opiszemy bardziej precyzyjnie propagację fal elektromagnetycznych w światłowodach dielektrycznych.

Światłowody jednomodowe nie wykazują dyspersji międzymodowej (o której będziemy mówić w rozdziale 3) i dlatego impuls świetlny docierający do końca włókna jest tylko nieznacznie zniekształcony. Z tego powodu, światłowód jednomodowy nadaje się do da telekomunikacji światłowodowej dalekiego zasięgu, impuls świetlny może być transmitowany bez wzmocnienia na odległość rzędu 80-140 km. Brak dyspersji międzymodowej nie oznacza, że impuls nie podlega żadnemu zniekształceniu. Przeciwnie, nieliniowa dyspersja chromatyczna (o której również będziemy mówić w rozdziale 3.) oraz tłumienie spowodowane rozpraszaniem i absorpcja szkła, z którego zbudowany jest rdzeń powodują zniekształcenie i tłumienie impulsu wzdłuż toru światłowodu. Jest ono jednak na tyle niewielkie, że światłowodem jednomodowym można obecnie przesyłać do 40 Gb/s dla pojedynczej długości fali. Źródłem światła dla światłowodów jednomodowych jest laser emitujący promieniowanie o długości fali 1310 lub 1550 nm. Jeżeli tym samym światłowodem jednomodowym prześlemy wiele długości fal jednocześnie możemy osiągnąć przepustowości łączy rzędu terabitów na sekundę (Tb/s). Metoda jednoczesnego przesyłania wielu długości fal jednocześnie nosi nazwę zwielokrotnienia z podziałem długości fali WDM (ang. wevelength division multiplexing). O technikach multipleksacji WDM będziemy mówić szczegółowo w rozdziale 8. Światłowody jednomodowe wykorzystane w metodach WDM umożliwiają stosowanie wielu protokołów jednocześnie, co zapewnia bardzo wydajny transfer danych.



Rys.1.11. Tor światła w światłowodzie wielomodowym

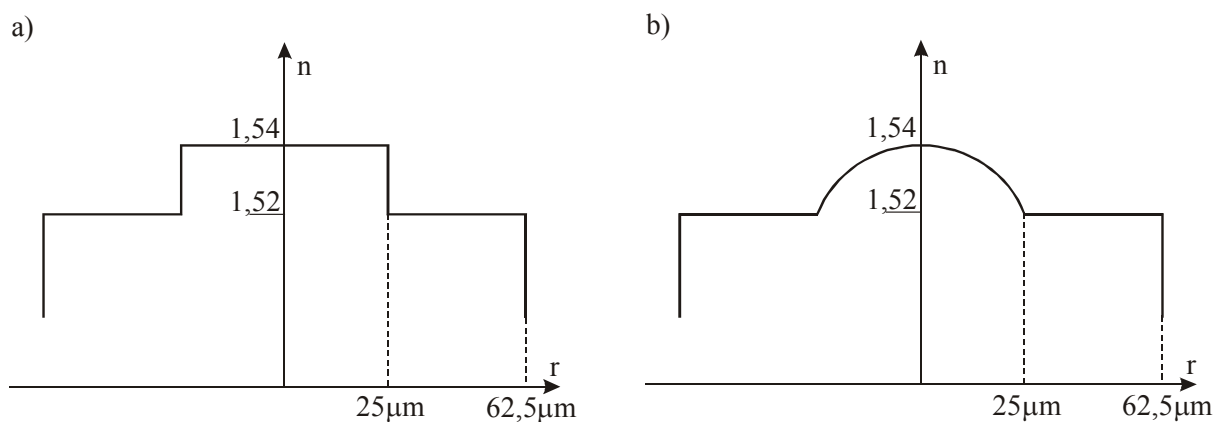
**Światłowody wielomodowe** charakteryzują się dużą średnicą rdzenia (50/62.5 mikrometra). Duża średnica rdzenia powoduje, że impuls wejściowy może wędrować po różnych drogach optycznych mających charakter torów zygzakowych, czyli czasy przejścia promieni o różnych torach przez światłowód są różne (Rys.1.11). Zjawisko to, zwane dyspersją międzymodową, powoduje zniekształcenie czasowe impulsu, co w konsekwencji ogranicza prędkość transmisji danych oraz zmniejsza odległość, na jaką sygnał może być transmitowany. Zazwyczaj możliwa jest transmisja na odległość 200-500 metrów.

Omawiane dotychczas światłowody charakteryzowane są przez stały współczynnik załamania rdzenia, który maleje skokowo na granicy faz rdzeń- płaszcz (Rys. 1.12.a). Światłowody, w których profil współczynnika załamania zmienia się skokowo, jak na rys. 1.12.a, noszą nazwę **światłowodów skokowych**.

Aby zmniejszyć wpływ dyspersji międzymodowej stosuje się światłowody, w których współczynnik załamania rdzenia zmienia się w płaszczyźnie prostopadłej do osi światłowodu (Rys.11b). Najczęściej są to światłowody o profilu parabolicznym, w którym współczynnik załamania rdzenia opisywany jest funkcją

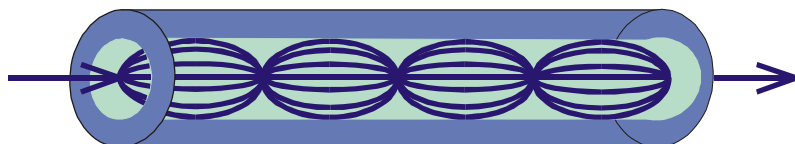
$$n = n_0 - \frac{1}{2} n_r r^2 \quad (1.5)$$

$n_0$  jest funkcją odległości  $r$  od osi światłowodu oraz  $n_0 \gg n_r$ .



Rys. 1.12. Profil współczynnika załamania w światłowodzie skokowym (a) i światłowodzie gradientowym (b)

W światłowodzie gradientowym współczynnik załamania zmienia się stopniowo między rdzeniem i płaszczem. Współczynnik załamania rdzenia, jest największy w środku rdzenia i stopniowo maleje zbliżając się do granicy faz rdzeń- płaszcz. Taki profil współczynnika załamania zostaje osiągnięty poprzez zastosowanie warstwowej budowy rdzenia. Każda warstwa jest inaczej domieszkowana, tak aby współczynnik załamania światła zmieniał się w sposób ciągły. Profilowany w ten sposób współczynnik załamania pozwala zmniejszyć efekty dyspersji międzymodowej, bowiem różne promienie poruszają się po różnych drogach, ale do detektora docierają w przybliżeniu w tym samym czasie. Dzieje się tak dlatego, że fale rozchodzące się prostoliniowo w centrum rdzenia (mod podstawowy) mają mniejszą prędkość fazową (bowiem współczynnik załamania jest większy na osi rdzenia) niż fale w warstwach odległych od centrum, w których przechodzą one dłuższą drogę, ale poruszają się szybciej bo współczynnik w pobliżu granicy faz rdzeń-płaszcz jest mniejszy, czyli prędkość fazowa jest większa. Oznacza to, że wszystkie fale, poruszające się po różnych drogach docierają na koniec światłowodu mniej więcej w tym samym czasie, czyli poszerzenie impulsu spowodowane dyspersją międzymodową zostaje zminimalizowane. Światłowody, w których profil współczynnika załamania zmienia się stopniowo, jak na Rys.1.12.b, nosi nazwę **światłowodów gradientowych**. Tor promieni w światłowodach gradientowych nie jest zygzakowaty, jak to ma miejsce dla światłowodów skokowych (Rys.1.11), lecz osiowy, sinusoidalny, bądź helikalny (Rys.1.13).

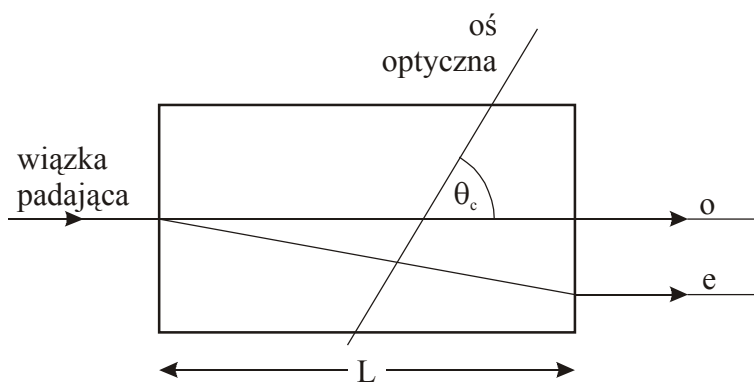


Rys.1.13. Tory promieni w światłowodzie gradientowym

**Światłowody utrzymujące polaryzację** (ang. **PM fibers**, polarization maintaining/preserving optical fiber) W niektórych zastosowaniach utrzymanie stałej polaryzacji w światłowodzie jest ważne, np. w interferometrach światłowodowych, laserach światłowodowych, czujnikach, zewnętrznych modulatorach optoelektrycznych, w transmisji koherentnej oraz sprzęganiu zintegrowanych obwodów optycznych. Ponadto, we wszystkich światłowodach, w mniejszym lub większym stopniu, tłumienie zależy od polaryzacji i wpływa niekorzystnie na przenoszenie sygnału w światłowodzie. Co jest przyczyną zmiany

polaryzacji w światłowodzie? W idealnym światłowodzie nie ma wyróżnionej osi optycznej, materiał rdzenia i płaszczka jest izotropowy, czyli nie występuje zjawisko dwójłomności. W rzeczywistych światłowodach naprężenia, zmiany gęstości, przypadkowe zmiany kształtu, średnicy rdzenia powodują przypadkowe powstawanie wyróżnionych osi optycznych, a więc zjawisko dwójłomności. W konsekwencji dwie ortogonalne składowe wędrują w światłowodzie jako promień zwyczajny i nadzwyczajny, które poruszają się w światłowodzie z różną prędkością. Różne prędkości dwóch składowych ortogonalnych generują różnicę fazy zmieniającą się w czasie propagacji wzdłuż światłowodu i mieszanie dwóch składowych w sposób przypadkowy powodując zmianę polaryzacji.

Przypomnijmy na czym polega zjawisko dwójłomności. Zjawisko dwójłomności obserwujemy przepuszczając światło przez niektóre kryształy (kalcyt, lód, kwarc, mika, cukier), które są anizotropowe i mają uprzywilejowane osie optyczne. Wiązka światła, ulegając załamaniu, rozszczepia się na dwa promienie, promień zwyczajny (o) i promień nadzwyczajny (e). Zjawisko to zwane *zjawiskiem podwójnego załamania* lub **dwójłomności** odkryli Bartholinus i Huygens. Stwierdzili oni, że oba promienie są spolaryzowane liniowo w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych, zjawisko dwójłomności nie występuje w ośrodkach izotropowych (ciecze, gazy, szkliwa). W kryształach dwójłomnych (ang. *birefringent crystal*) wiązki promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego mają różne prędkości i różne współczynniki załamania (Rys. 1.14.).

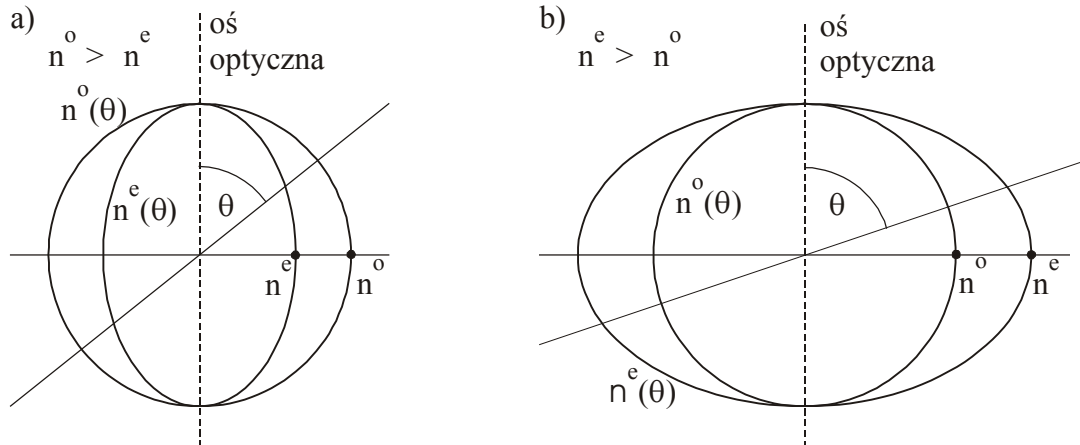


Rys. 1.14. Jednoosiowy kryształ dwójłomny,

o – promień zwyczajny, e – promień nadzwyczajny, L – długość kryształu

Promień nadzwyczajny nie spełnia prawa Snelliusa. Gdy obracamy kryształem wokół osi prostopadłej do płaszczyzny, na którą pada światło, zauważymy, że promień zwyczajny pozostaje nieruchomy, nadzwyczajny zaś obraca się wokół niego. Oznacza to, że światło promienia nadzwyczajnego ma różne prędkości w różnych kierunkach, w zależności od tego,

jak zorientowana jest płaszczyzna jego drgań względem osi kryształu. Rozróżniamy kryształy jednoosiowe i dwuosiowe, a wśród nich kryształy dodatnie i ujemne. Narysujmy przekroje powierzchni współczynnika załamania  $n$  dla jednoosiowego kryształu dwójłomnego (rys. 1.15.).



Rys. 1.15. Przekroje powierzchni współczynnika załamania dla jednoosiowego kryształu dwójłomnego, a) ujemnego, b) dodatniego.

Dla promienia zwyczajnego powierzchnia współczynników załamania  $n^o$  jest kulą, bo światło rozchodzi się z taką samą prędkością we wszystkich kierunkach. Promień nadzwyczajny  $n^e$  ma uprzywilejowane kierunki rozchodzenia i najszybciej rozchodzi się wzdłuż osi prostopadłej do osi optycznej dla kryształu ujemnego i wzdłuż osi optycznej dla kryształu dodatniego. Faza  $\Phi$  dla fali płaskiej  $E = E_0 \cos(\omega t - kx)$ , gdzie  $\Phi = kl$  dla drogi optycznej  $l$  można wyrazić wzorem

$$\Phi = kx = kl = \frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{2\pi\nu n}{c} l \quad (1.6)$$

gdzie  $k$  jest wartością wektora falowego,  $\lambda, \nu$  są długością i częstotliwością fali,  $n$  jest współczynnikiem załamania ośrodka w którym propaguje fala.

W szczególności dla promienia zwyczajnego o współczynniku załamania  $n^o$  otrzymujemy

$$\Phi_o = kl = \frac{2\pi}{\lambda_o} l = \frac{2\pi\nu n^o}{c} l \quad (1.7)$$

a dla promienia nadzwyczajnego o współczynniku załamania  $n^e$  otrzymujemy

$$\Phi_e = kl = \frac{2\pi}{\lambda_e} l = \frac{2\pi n^e}{c} l \quad (1.8)$$

Różnica faz  $\Delta\Phi$  wynosi więc

$$\Delta\Phi = \Phi_o - \Phi_e = \frac{2\pi\nu(n^o - n^e)}{c} l \quad (1.9)$$

Jeżeli różnica faz dla promienia zwyczajnego i nadzwyczajnego wynosi  $\Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$ , światło jest spolaryzowane kołowo, gdy różnica faz wynosi  $\Delta\Phi = \pi$  światło jest spolaryzowane liniowo.

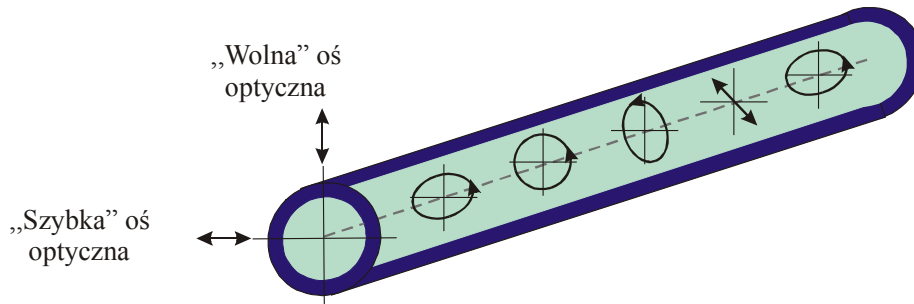
W realnym światłowodzie mikro naprężenia powodują powstawanie osi optycznej w różnych kierunkach. Ponadto światło pokonuje coraz dłuższą drogę powodując ciągłą zmianę fazy oraz stanu polaryzacji. Polaryzacja zmienia się więc chaotycznie w czasie.

Aby utrzymać stałą polaryzację można wybrać dwa przeciwne sposoby osiągnięcia tego stanu:

- zastosować asymetryczne, anizotropowe naprężenie w szklowie, aby zwiększyć kontrolowaną dwójłomność. Są to światłowody typu HB (ang. high birefringence).
- zastosować doskonale symetryczne, izotropowe włókna, aby uczynić dwójłomność zaniedbywalną. Są to światłowody typu LB (ang. low birefringence). Włókno musi charakteryzować się niewielkimi naprężeniami, mieć idealną geometrię i homogeniczny rozkład gęstości wzdłuż osi.

Ponadto, można zastosować analizatory polaryzacji, które przepuszczają tylko określoną polaryzację. W światłowodzie PM, w którym umyślnie wytworzono dwójłomność stan polaryzacji nie zmienia się chaotycznie. Wyróżniona oś optyczna powoduje, że przypadkowe zmiany fluktuacji gęstości, chwilowe zmiany osi optycznej stają się nieistotne i są maskowane przez efekt główny – umyślnie wytworzoną dwójłomność. Gdy kierunek polaryzacji światła pokrywa się z osią optyczną (lub osią do niej prostopadłą), stan polaryzacji nie ulega zmianie na dużych odległościach. Jednak, gdy oś optyczna tworzy pewien kąt z kierunkiem polaryzacji  $\Theta$ , powstają dwie ortogonalne składowe: promień wolny (w kryształach ujemnych jest to promień nadzwyczajny) i szybki (zwyczajny), które dla coraz dłuższych dróg optycznych generują zmieniającą się okresowo różnicę faz. Tak więc, dla kąta  $\Theta = 45^\circ$  mamy najpierw polaryzację liniową, eliptyczną, następnie kołową (gdy różnica faz jest równa  $\Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$ ), ponownie liniową ( $\Delta\Phi = \pi$ ), ale prostopadłą do

polaryzacji liniowej wejściowej, eliptyczną, ponownie kołową ( $\Delta\Phi = \frac{3\pi}{2}$ ), aby po pełnym okresie  $\Delta\Phi = 2\pi$  uzyskać polaryzację początkową. Dla większych odległości cykl zostaje powtórzony. Rys.1.16 przedstawia ewolucję stanu polaryzacji w światłowodach utrzymujących polaryzację PM, gdy sygnał wejściowy jest liniowo spolaryzowany pod kątem  $45^\circ$  do wolnej osi optycznej.



Rys.1.16. Ewolucja stanu polaryzacji w światłowodach utrzymujących polaryzację PM, gdy sygnał wejściowy jest liniowo spolaryzowany pod kątem  $45^\circ$  do wolnej osi optycznej.

Miarą dwójłomności jest parametr zwany dwójłomnością modową  $B_m$  zdefiniowany równaniem

$$B_m = \frac{|\beta_y - \beta_x|}{k_0} = n_{ef}^x - n_{ef}^y, \quad (1.10)$$

gdzie  $\beta_y$  oraz  $\beta_x$  są stałymi propagacji ortogonalnych modów, zaś  $n_{ef}^x$  i  $n_{ef}^y$  są efektywnymi współczynnikami załamania w kierunku  $x$  i  $y$ ,  $k_0$  jest wektorem falowym. Typowe wartości  $B_m \approx 10^{-6}$  dla włókien typu LB oraz  $B_m \approx 10^{-6}$  dla włókien o dużej dwójłomności (HB).

Innym parametrem definiującą dwójłomność światłowodu jest długość zdudnień (ang. beat length)

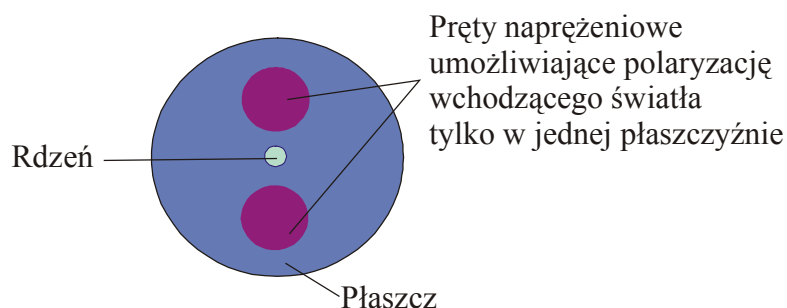
$$L_B = \frac{2\pi}{|\beta_y - \beta_x|}, \quad (1.11)$$

gdzie  $L_B$  jest drogą, na której różnica faz modów ortogonalnych zwiększa się o  $\frac{\pi}{2}$ , czyli drogą na której wymieniana jest moc między modami. Zjawisko to powtarza się periodycznie.

Na rys.1.17, przedstawiono typowy przekrój światłowodu podtrzymującego polaryzację. Możemy zauważyć, że w przekroju przez włókno obok rdzenia w środku, w płaszczu znajdują się dwa otwory, które wypełniają się prętami wykonanymi z materiału o większym niż płaszcz współczynniku rozszerzalności termicznej. Po wyciągnięciu włókna



powstają naprężenia wzdłuż wyróżnionej osi w światłowodzie, które wywołują kontrolowaną dwójłomność. Powoduje to, że światłowód działa jako analizator polaryzacji i przepuszcza światło tylko w jednej płaszczyźnie polaryzacji.



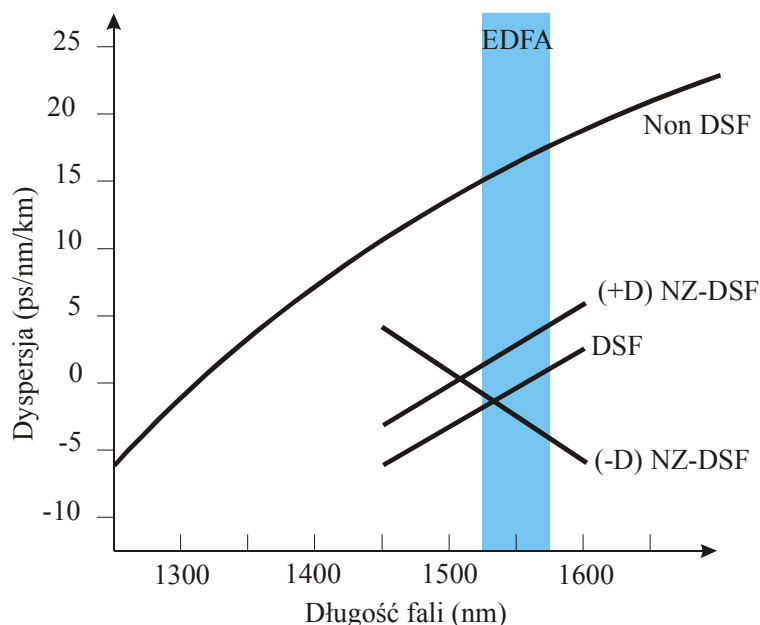
Rys.1.17. Przekrój przez włókno światłowodu utrzymującego polaryzację

Inne rodzaje światłowodów, a wśród nich światłowody z przesuniętą dyspersją, zostaną omówione w rozdziale poświęconym dyspersji w światłowodach. Aby zrozumieć ich działanie musimy zrozumieć zjawisko dyspersji w światłowodach oraz nieliniowe efekty optyczne w światłowodach. Tutaj nadmienimy tylko, że zjawiska nieliniowe są wysoce niekorzystne w transmisji światłowodowej na duże odległości, prowadzą do wydłużenia impulsu czasowego, a w konsekwencji do przesłuchów między kanałami w technikach WDM i zmniejszenia przepustowości łącz światłowodowych.

**Światłowody z przesuniętą dyspersją** (ang. **DS-SMF** – Dispersion Shifted-Single Mode Fiber) charakteryzują się gradientowym profilem współczynnika załamania, silnie ujemną dyspersją w II oknie transmisyjnym (poniżej 20 ps/nm\*km) oraz zerową dyspersją dla 1550 nm w III oknie. Ich główne zastosowania to jednokanałowa transmisja na duże odległości w III oknie. W transmisji wielokanałowej w III oknie światłowodu z przesuniętą dyspersją wykazują niewielką przydatność, bowiem brak dyspersji jest przyczyną przesłuchów na skutek innego zjawiska nieliniowego: mieszania czterofalowego (ang. FWM-four wave mixing). Aby więc zredukować nieliniową dyspersję i wykluczyć jednocześnie mieszanie czterofalowe wprowadzono **światłowody z niezerową przesuniętą dyspersją** (ang. **NZDS-SMF** – Non Zero Dispersion Shifted-Single Mode Fiber), które charakteryzują się niewielką, ale niezerową dyspersją w całym zakresie przenoszenia wzmacniaczy optycznych EDFA (1530-1565 nm). Niezerowa dyspersja ogranicza efekty nieliniowe FWM oraz modulacji skośnej CPM (ang. cross phase modulation) a jednocześnie jest na tyle niewielka, że efekty dyspersyjne powodujące poszerzenie czasowe sygnału świetlnego są zaniedbywalne. Jak dotychczas ten typ światłowodu jest najlepszym medium do zastosowań technik

multipleksacji w DWDM (ang. dense wavelength division multiplexing) do transmisji w III oknie na dalekie odległości.

Rys.1.18 ilustruje różne typy włókien jednomodowych z przesunięta dyspersją stosowanych w III oknie optycznym. Zaciemniony region oznacza okno EDFA (ang. erbium doped fiber amplifier) i reprezentuje długości fal używane obecnie w technikach multipleksacji DWDM



Rys.1.18. Różne typy włókien jednomodowych z przesunięta dyspersją

- włókna jednomodowe bez przesuniętej dyspersji (ang. Non-DSF), zerowa dyspersja GVD występuje dla 1310 nm
- włókna jednomodowe z przesunięta dyspersją (ang. DSF) zerowa dyspersja GVD występuje dla 1550 nm, zastosowania jednokanałowe TDM, efekty nieliniowe powodują problemy dla technik wielokanałowych DWDM
- włókna jednomodowe z niezerową przesunięta dyspersją o dodatnim nachyleniu współczynnika dyspersji D (ang. (+D) NZ-DSF), włókna podobne do DSF, ale zerowa dyspersja jest przesunięta poza okno 1550 nm. Dla 1550 nm światłowód charakteryzuje się niewielką, ale niezerową dyspersją GVD, nachylenie współczynnika D jest dodatnie względem długości fali
- włókna jednomodowe z niezerową przesunięta dyspersją o ujemnym nachyleniu współczynnika dyspersji D (-D) NZ-DSF, włókna podobne do DSF, ale zerowa dyspersja jest przesunięta poza okno 1550 nm. Dla 1550 nm światłowód charakteryzuje się niewielką ale niezerową dyspersją GVD, nachylenie współczynnika D jest ujemne względem długości fali.

Wprowadziliśmy nowe terminy dyspersja GVD, czyli dyspersja prędkości grupowej (ang. group velocity dispersion, GVD) oraz współczynnik dyspersji D. Pojęcia dyspersji GVD omówimy w rozdziale 3 i podamy definicję współczynnika dyspersji D.

## 1.4. Rozchodzenie się światła w światłowodach. Analiza elektrodynamiczna

### 1.4.1. Światłowód cylindryczny skokowy

Rozchodzenie się promieniowania w światłowodach opisywane jest równaniami Maxwella (Uzupełnienie 1.11), podobnie jak wszystkie inne zjawiska elektromagnetyczne. Z równań Maxwella otrzymujemy równanie falowe, które opisuje propagowanie światła w światłowodzie. Jeżeli założymy, że

- zanedbujemy nieliniową polaryzację,
- zanedbujemy urojoną część stałej dielektrycznej  $\varepsilon(\omega) = (n(\omega) + i\alpha c / 2\omega)^2$ , zakładając że straty światłowodu są niewielkie w interesującym dla technik światłowodowych zakresie spektralnym, czyli współczynnik absorpcji  $\alpha \approx 0$ ,
- współczynnik załamania  $n(\omega)$  nie zależy od składowych przestrzennych rdzenia i płaszczka, czyli jest to sytuacja jaka ma miejsce w światłowodach skokowych, (Rys.1.12a) równanie falowe przyjmuje postać równania znanego jako **równanie Helmholtza**

$$\nabla^2 \tilde{\mathbf{E}} + n^2(\omega) k_0^2 \tilde{\mathbf{E}} = 0 \quad (1.12)$$

We współrzędnych kartezjańskich operator Laplace'a wyraża się następująco

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (1.13)$$

gdzie  $k_0 = \frac{\omega}{c} = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}$  jest długością wektora falowego (liczbą falową),  $\mu_0$  i  $\varepsilon_0$  są przenikalnością magnetyczną i dielektryczną próżni,  $\tilde{\mathbf{E}} = \tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega)$  jest transformata Fouriera pola elektrycznego

$$\tilde{\mathbf{E}}(\mathbf{r}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t) dt \quad (1.14)$$

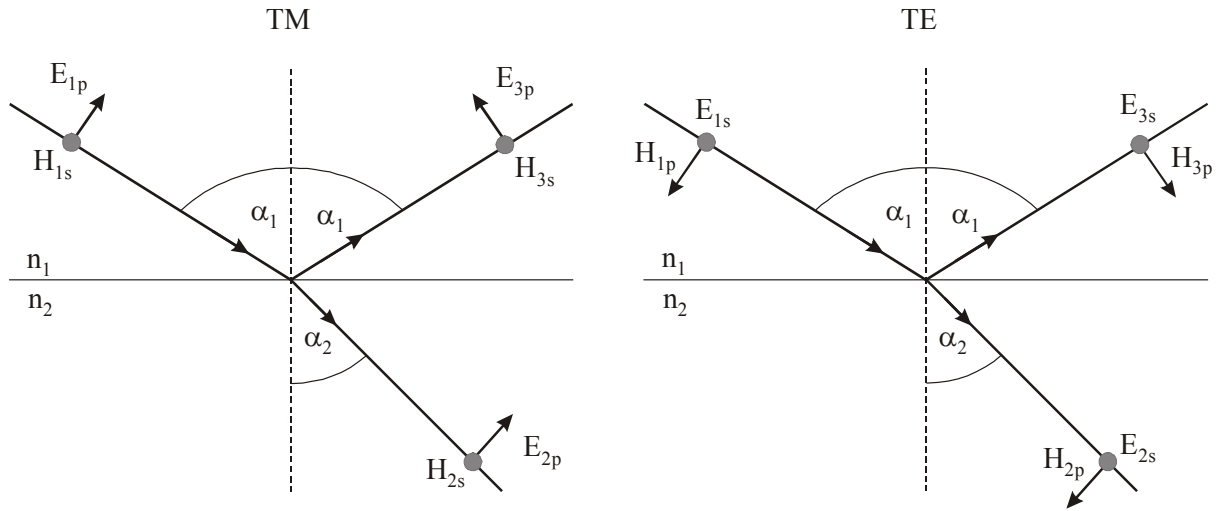
Propagacja światła i analiza modów w światłowodach została dokładnie opisana w wielu podręcznikach [1-5]. Zajmijmy się rozwiązaniem równania (1.12). Równanie (1.12) jest równaniem wektorowym, jest więc równoważny układowi trzech różniczkowych równań skalarnych dla trzech składowych pola elektrycznego  $\mathbf{E}$ . We współrzędnych kartezjańskich są to  $E_x, E_y, E_z$  i ten sposób opisu jest najwłaściwszy dla światłowodów planarnych (Rys.1.8c). Dla światłowodów włóknistych (Rys.1.8.a), najczęściej stosowanych w telekomunikacji, najwygodniej jest użyć współrzędnych biegunowych  $(r, \Phi, z)$  ze względu na cylindryczną symetrię włókien optycznych. Współrzędne kartezjańskie i biegunowe są związane następująco  $x = r \cos \phi, y = r \sin \phi, z = z$ . Równanie(1.12) przyjmuje wtedy postać

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 E}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 \tilde{E} = 0 \quad (1.15)$$

Podobne równanie można napisać dla natężenia pola magnetycznego  $\tilde{H}_z$ . Pełne rozwiązanie musi więc zawierać sześć składowych, ale biorąc pod uwagę cztery równania Maxwella, tylko dwie składowe są niezależne. Wybierzmy jako składowe niezależne  $\tilde{E}_z$  i  $\tilde{H}_z$ . Zakładając, że oś  $z$  pokrywa się z osią światłowodu, otrzymujemy następujące równanie skalarne dla składowej  $E_z$  pola elektrycznego wzdłuż kierunku osi światłowodu.

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}_z}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 \tilde{E}_z = 0 \quad (1.16)$$

Fakt, że składowa  $\tilde{E}_z$  pola elektrycznego jest skierowana wzdłuż kierunku osi światłowodu, nie oznacza to oczywiście, że fala elektromagnetyczna przestaje być falą poprzeczną. Fala rozchodząca się w światłowodzie może mieć dowolna polaryzację, którą można przedstawić jako superpozycję fal mających wektory w dwu wzajemnie prostopadłych płaszczyznach (oznaczamy je jako polaryzację  $s$  i  $p$ ). Fale TM (transverse magnetic), w których wektor pola elektrycznego ma polaryzację  $p$  (w płaszczyźnie rysunku 1.14), która zawiera również oś światłowodu) charakteryzują się niezerową składową natężenia pola elektrycznego  $E_z \neq 0$ , wzdłuż kierunku osi światłowodu  $z$ , podczas gdy składowa natężenia pola magnetycznego  $H_z = 0$ . Odwrotnie, dla fal TE (transverse electric), gdy wektor pola elektrycznego ma polaryzację  $s$  (w płaszczyźnie prostopadłej do płaszczyzny rysunku 1.19),  $E_z = 0$ , zaś  $H_z \neq 0$  wzdłuż kierunku osi światłowodu  $z$ . Rysunek 1.19, opisuje tylko jedną z możliwych płaszczyzn propagacji promienia padającego i odbitego od granicy faz rdzeń-płaszcz. Oznacza to, że oprócz przypadków opisanych rysunkiem 1.19, istnieją mody mające niezerowe składowe obu pól  $E_z \neq 0, H_z \neq 0$  wzdłuż kierunku osi światłowodu  $z$ . Mody takie nazywamy modami hybrydowymi EH i HE.



Rys.1.19. Ilustracja modów TM i TE. Indeks p oznacza wektor natężenia pola elektrycznego leżący w płaszczyźnie zawierającej promień i oś światłowodu, s – wektor prostopadły do niej

Zastosujemy metodę separacji zmiennych do rozwiązania równania (1.16). W tym celu rozwiązania tego równania będziemy poszukiwali w postaci

$$\tilde{E}_z = R(r)\Phi(\phi)Z(z) \quad (1.17)$$

Podstawiając (1.17) do (1.16) i dzieląc obydwie strony równania (1.16) przez  $R(r)\Phi(\phi)Z(z)$  otrzymujemy

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\left( \frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{Rr} \frac{dR}{dr} + \frac{1}{r^2 \Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + n^2 k_0^2 \right) \quad (1.18)$$

Widzimy, że prawa strona równania nie zależy od  $z$ , czyli zmiany wzdłuż osi światłowodu  $z$  nie mają wpływu na wartość prawej strony równania. Oznacza to, że obie strony równania muszą być pewną stałą (w ogólności stałą zespoloną). Oznaczamy ją jako  $\gamma^2$ , gdzie

$$\gamma = \alpha + i\beta \quad (1.19)$$

Ponieważ oczekujemy rozwiązania w postaci fali oscylującej (podobnie jak fala płaska w próżni), więc  $\beta$  musi oznaczać stałą fazową i nosi nazwę **stałej propagacji**, zaś  $\alpha$  opisuje tłumienie (i zanikanie fali oscylującej) w światłowodzie. Ponieważ tłumienie w światłowodzie jest niewielkie, więc możemy z dobrym przybliżeniem przyjąć  $\alpha=0$ . Zagadnieniem tłumienia zajmiemy się w rozdziale 2. Tak więc lewą stronę równania 1.18 można zapisać jako

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = \gamma^2 \quad (1.20)$$

Rozwiązaniem równania różniczkowego (1.20) jest dobrze znana funkcja

$$Z(z) = C_1 \exp(-\gamma z) + C_2 \exp(\gamma z) \quad (1.21)$$

przedstawiająca fale rozchodzące się w przeciwnych kierunkach wzdłuż osi światłowodu, gdzie  $C_1$  i  $C_2$  są stałymi wyznaczonymi przez warunki brzegowe. W dalszych rozważaniach ograniczymy się do fali rozchodzącej się w kierunku dodatnim, czyli przyjmiemy  $C_2 = 0$ . Rozwiązując prawą stronę równania (1.18) otrzymujemy:

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -\left( \frac{r^2}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{r}{R} \frac{dR}{dr} + r^2 \gamma^2 + r^2 n^2 k_0^2 \right) \quad (1.22)$$

Prawa strona równania 1.22 nie zależy od  $\Phi$ , czyli lewa strona musi być równa pewnej stałej, którą oznaczymy jako  $-m^2$ . Otrzymujemy więc

$$\Phi(\phi) = C_3 \cos(m\phi) + C_4 \sin(m\phi) \quad (1.23)$$

gdzie  $C_3$  i  $C_4$  są stałymi wyznaczonymi przez warunki brzegowe. Funkcja  $\Phi(\phi)$  musi spełniać warunek symetrii obrotowej,  $\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi)$ , czyli  $m$  w równaniu (1.23) musi być liczbą całkowitą. Ostatecznie, podstawiając stałe  $\gamma^2$  i  $m^2$  do (1.18) otrzymujemy

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} + \left( h^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0 \quad (1.24)$$

gdzie

$$h^2 = \gamma^2 + n^2 k_0^2 \quad (1.25)$$

Rozwiązanie równania (1.24) powinno mieć charakter oscylacyjny w rdzeniu i zanikający w płaszczu. Aby ten warunek został spełniony,  $h$  musi być rzeczywiste w rdzeniu i urojone w płaszczu, czyli

$$h = h_1 \quad \text{dla } r < a \quad \text{oraz} \quad h = ih_2 \quad \text{dla } r > a \quad (1.25.a)$$

Rozwiązaniem równania różniczkowego zwyczajnego (1.24) dla  $h = h_1$ , czyli w rdzeniu są **funkcje Bessela**.

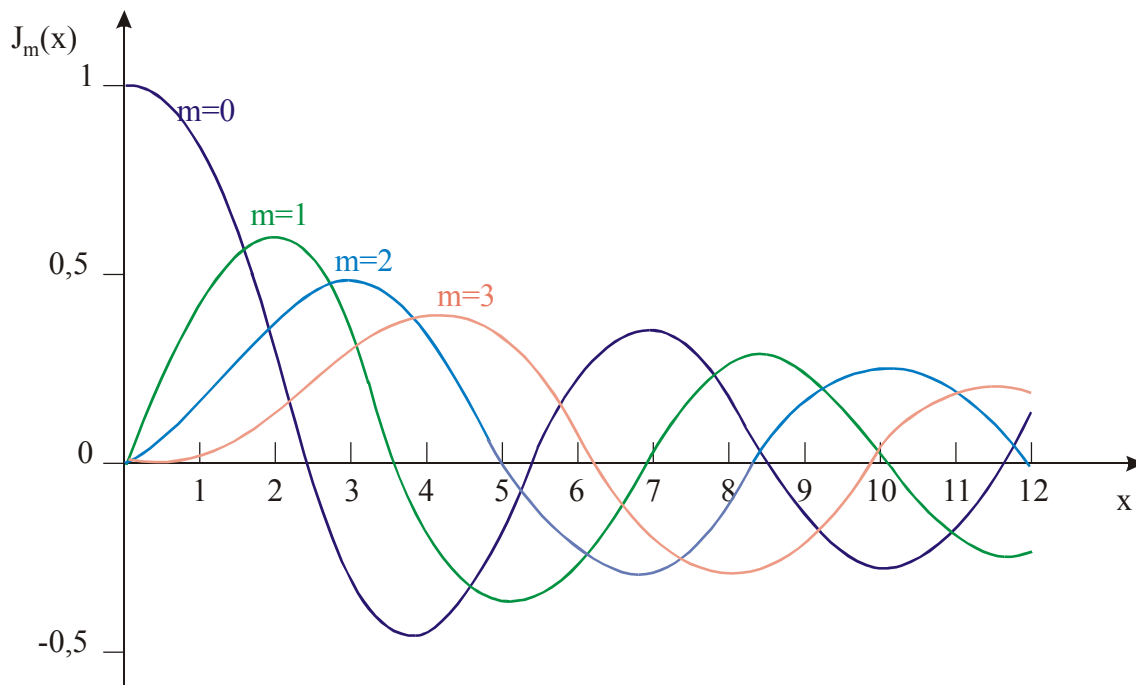
$$R(r) = C_5 J_m(h_1 r) + C_6 N_m(h_1 r) \quad \text{dla } r < a \quad (1.26)$$

Funkcja  $J_m$  jest funkcją Bessela pierwszego rodzaju, funkcja  $N_m$  jest funkcją Bessela  $N_m$  drugiego rodzaju rzędu  $m$  i zwana jest funkcją Neumanna.

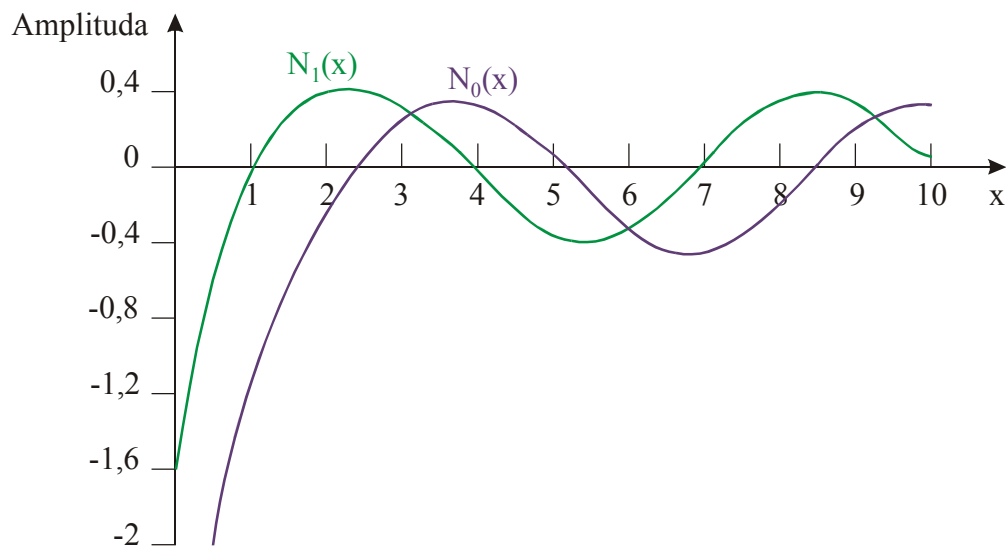
Na Rys.1.20 i 1.21 przedstawiono funkcje Bessela pierwszego i drugiego rodzaju. Dla  $r \rightarrow 0$  funkcja  $N_m$  dąży do minus nieskończoności, i jest rozwiązaniem niefizycznym.

Można go uniknąć tylko wtedy gdy założymy, że  $C_0=0$ . Podstawiając (1.21), (1.23) i (1.26) do (1.17) otrzymujemy

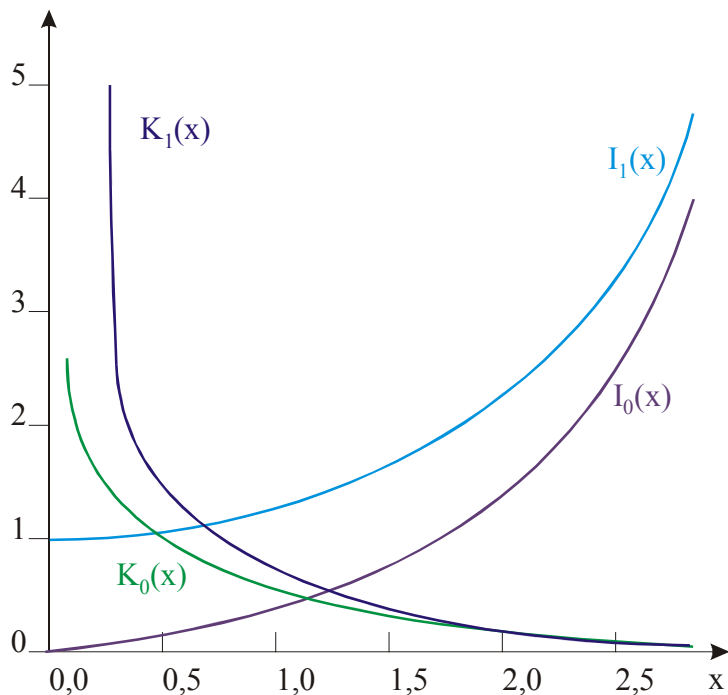
$$\tilde{E}_z = J_m(h_1 r)(A_1 \cos m\phi + B_1 \sin m\phi) \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.27)$$



Rys. 1.20. Funkcje Bessela  $J_m$  pierwszego rodzaju rzędu  $m$



Rys. 1.21. Funkcje Bessela  $N_m$  drugiego rodzaju rzędu  $m$  (funkcje Neumanna)



Rys. 1.22. Zmodyfikowane funkcje Bessela pierwszego i drugiego rodzaju rzędu  $m$   
W płaszczy  $h$  przyjmuje wartość urojoną (1.25a), korzystając z oznaczeń (1.25.a) równanie Bessela (1.24) dla płaszczy przyjmuje postać

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - \left( h^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0 \quad r > a \quad (1.28)$$

a rozwiązaniem jest

$$R(r) = C_7 I_m(h_2 r) + C_8 K_m(h_2 r) \quad (1.29)$$

Funkcja  $I_m$  jest zmodyfikowaną funkcją Bessela pierwszego rodzaju, funkcja  $K_m$  jest zmodyfikowaną funkcją Bessela drugiego rodzaju rzędu  $m$ .

Na Rys.1.22, przedstawiono funkcje Bessela pierwszego i drugiego rodzaju. Dla  $r \rightarrow \infty$  funkcja  $N_m$  dąży do nieskończoności, i jest rozwiązaniem nie fizycznym. Można go uniknąć tylko wtedy gdy założymy, że  $C_7=0$ . Podstawiając (1.21), (1.23) i (1.29) do (1.17) otrzymujemy

$$\tilde{E}_z = K_m(h_2 r) (A_2 \cos m\phi + B_2 \sin m\phi) \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.30)$$

Postępując podobnie dla wektora natężenia pola magnetycznego  $H$  można pokazać [5], że składowa z pola magnetycznego  $\tilde{H}_z$  wzdłuż osi światłowodu wynosi

$$\tilde{H}_z = J_m(h_1 r) (F_1 \cos m\phi + G_1 \sin m\phi) \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.31)$$

$$\tilde{H}_z = K_m(h_2 r) (F_2 \cos m\phi + G_2 \sin m\phi) \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.32)$$

gdzie  $F_1, G_1, F_2, G_2$  są stałymi, które można wyznaczyć z warunków brzegowych.



Wyznaczywszy dwie niezależne składowe  $\tilde{E}_z$  i  $\tilde{H}_z$ , pozostałe cztery składowe można wyznaczyć z równań Maxwella

$$\nabla \times E = -i\omega\mu H \quad (1.33)$$

$$\nabla \times H = i\omega\varepsilon E \quad (1.34)$$

gdzie operator rotacji we współrzędnych cylindrycznych wyraża się następująco

$$\nabla \times A = \begin{vmatrix} \frac{i_z}{r} & \frac{i_r}{r} & i_\phi \\ \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} \\ A_z & A_r & A_\phi \end{vmatrix} \quad (1.35)$$

Korzystając z (1.33)-(1.35) otrzymujemy

$$\tilde{E}_r = -\frac{1}{h^2} \left( \gamma \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r} + \frac{i\omega\mu}{r} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \phi} \right) \quad (1.36)$$

$$\tilde{E}_\phi = \frac{1}{h^2} \left( -\frac{\gamma}{r} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial \phi} + i\omega\mu \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial r} \right) \quad (1.37)$$

$$\tilde{H}_r = \frac{1}{h^2} \left( \frac{i\omega\varepsilon}{r} \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial \phi} - \gamma \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial r} \right) \quad (1.38)$$

$$\tilde{H}_\phi = -\frac{1}{h^2} \left( i\omega\varepsilon \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial r} + \frac{\gamma}{r} \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial \phi} \right) \quad (1.39)$$

### 1.4.1. Mody typu TE (lub H)

Rozważmy najpierw mody typu TE (Rys.1.19). Dla modów typu TE podstawiamy do wzoru (1.39)  $\tilde{E}_z = 0$ , oraz  $\tilde{H}_z \neq 0$ , z wyrażone wzorami (1.31)-(1.32), w wyniku podstawienia otrzymujemy

$$\tilde{H}_\phi = \frac{m\gamma}{h_1^2 r} J_m(h_1 r) (F_1 \sin m\phi - G_1 \cos m\phi) \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.40)$$

$$\tilde{H}_\phi = -\frac{m\gamma}{h_2^2 r} K_m(h_2 r) (F_2 \sin m\phi - G_2 \cos m\phi) \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.41)$$

Z warunku ciągłości pola  $\tilde{H}_z$  na styku rdzeń-płaszcz otrzymujemy z (1.31) i (1.32)

$$F_1 J_m(u) = F_2 K_m(w) \quad (1.42)$$

$$\text{gdzie : } u = h_1 a, \quad w = h_2 a, \quad (1.43)$$

zaś  $a$  jest promieniem rdzenia

Z warunku ciągłości pola  $\tilde{H}_\phi$  na styku rdzeń-płaszcz otrzymujemy z (1.40) i (1.41)

$$-\frac{F_1}{h_1^2} J_m(u) = \frac{F_2}{h_2^2} K_m(w) \quad (1.44)$$

Ponieważ  $F_1$  i  $F_2$  są dodatnie, równania (1.42) i (1.44) nie są sprzeczne tylko gdy  $m=0$ , bowiem wtedy  $\tilde{H}_\phi=0$  i warunek ciągłości dla  $\tilde{H}_\phi$  traci ważność.

Dla  $m=0$  składowa  $\tilde{H}_z$  z równań (1.31) i (1.32) przyjmuje postać

$$\tilde{H}_z = F_1 J_0(h_1 r) \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.45)$$

$$\tilde{H}_z = F_2 K_0(h_2 r) \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.46)$$

Podstawiając (1.45) i (1.46) do (1.38) otrzymujemy

$$\tilde{H}_r = -\frac{\gamma}{h_1} F_1 \frac{dJ_0(h_1 r)}{dr} \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.47)$$

$$\tilde{H}_r = \frac{\gamma}{h_2} F_2 \frac{dK_0(h_2 r)}{dr} \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.48)$$

Jak widać ze wzorów (1.45) i (1.46),  $\tilde{H}_z$  nie zależy od  $\Phi$  ponadto pamiętajmy że  $\tilde{E}_z=0$ , czyli z równania (1.36) otrzymujemy

$$\tilde{E}_r = 0$$

Postępując analogicznie, obliczamy składową  $\tilde{E}_\phi$  przez podstawienie (1.45) i (1.46) do (1.37)

$$\tilde{E}_\phi = \frac{1}{h_1} F_1 i \omega \mu_0 \frac{dJ_0(h_1 r)}{dr} \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.49)$$

$$\tilde{E}_\phi = -\frac{1}{h_2} F_2 i \omega \mu_0 \frac{dK_0(h_2 r)}{dr} \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.50)$$

Z warunku zachowania ciągłości pól  $\tilde{E}_\phi$  oraz  $\tilde{H}_r$  na granicy rdzeń-płaszcz otrzymujemy

$$\frac{1}{h_1} F_1 J'_0(u) = -\frac{1}{h_2} F_2 K'_0(w) \quad (1.51)$$

a stąd

**równanie charakterystyczne (własne ) dla modów typu TE (lub H)**

$$\frac{1}{u} \frac{J_0'(u)}{J_0(u)} = - \frac{1}{w} \frac{K_0'(w)}{K_0(w)} \quad (1.52)$$

gdzie wyeliminowano stałe  $F_1$  i  $F_2$  korzystając z (1.51) i (1.42).

Zakładając, że wyrażenie (1.19) przyjmuje postać  $\gamma = i\beta$  (gdy tłumienie jest zaniedbywalne  $\alpha \approx 0$ ) relację (1.25) można zapisać jako

$$h_1^2 = -\beta^2 + k_0^2 n_1^2 \quad r < a \quad (1.53)$$

$$-h_2^2 = -\beta^2 + k_0^2 n_2^2 \quad r > a \quad (1.54)$$

Mnożąc stronami przez promień rdzenia  $a$  i odejmując stronami otrzymujemy

$$v^2 = u^2 + w^2 \quad (1.55)$$

gdzie

$$v = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2} \quad (1.56)$$

Wielkość  $v$  w wyrażeniu (1.56) nosi ona nazwę częstotliwości znormalizowanej, zaś

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (1.56.a)$$

Sens fizyczny wielkości wyrażonej wzorem (1.56) zrozumiemy później.

Podsumowując, dla fal typu TE otrzymujemy następujące składowe pól

$$\begin{aligned} \tilde{E}_z &= 0 & r < a \\ \tilde{E}_z &= 0 & r > a \\ \tilde{H}_z &= F_1 J_0(h_1 r) \exp(-\gamma z) & r < a \\ \tilde{H}_z &= F_2 K_0(h_2 r) \exp(-\gamma z) & r > a \\ \tilde{H}_r &= -\frac{\gamma}{h_1} F_1 \frac{dJ_0(h_1 r)}{dr} \exp(-\gamma z) & r < a \\ \tilde{H}_r &= \frac{\gamma}{h_2} F_2 \frac{dK_0(h_2 r)}{dr} \exp(-\gamma z) & r > a \end{aligned} \quad (1.57)$$

### 1.4.2. Mody typu TH (lub E)

Postępując analogicznie dla fal typu TM (E), dla których  $H_z=0$  otrzymujemy **równanie charakterystyczne** [5,7]

$$\frac{\varepsilon_1}{u} \frac{J'_0(u)}{J_0(u)} = - \frac{\varepsilon_2}{w} \frac{K'_0(w)}{K_0(w)} \quad (1.58)$$

gdzie  $\varepsilon_1$  i  $\varepsilon_2$  są przenikalnościami dielektrycznymi rdzenia i płaszczka

### 1.4.3. Mody hybrydowe typu HE i EH

Do rozważenia pozostają mody HE oraz EH, mające niezerowe składowe w kierunku rozchodzenia się fali. Podstawiając składowe z pola elektrycznego i magnetycznego (1.27), (1.30), (1.45), (1.46) do równania (1.37) otrzymujemy [5,7]

$$E_\phi = \frac{1}{h_1^2} \left[ -\frac{\gamma}{r} J_m(h_1 r) (-A_1 m \sin m\phi + B_1 m \cos m\phi) + \right. \\ \left. + i\omega\mu_0 h_1 J'_m(h_1 r) (F_1 \cos m\phi + G_1 \sin m\phi) \right] \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.59)$$

$$\tilde{E}_\phi = -\frac{1}{h_2^2} \left[ -\frac{\gamma}{r} K_m(h_2 r) (-A_2 m \sin m\phi + B_2 m \cos m\phi) + \right. \\ \left. + i\omega\mu_0 h_2 K'_m(h_2 r) (F_2 \cos m\phi + G_2 \sin m\phi) \right] \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.60)$$

Z ciągłości składowej  $E_\phi$  na granicy rdzeń-płaszcz otrzymujemy

$$\sin m\phi \left\{ \frac{1}{h_1^2} \left[ \frac{m\gamma}{a} A_1 J_m(u) + i\omega\mu_0 h_1 G_1 J'_m(u) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{h_2^2} \left[ m \frac{\gamma}{a} A_2 K_m(w) + i\omega\mu_0 h_2 G_2 K'_m(w) \right] \right\} + \\ + \cos m\phi \left\{ \frac{1}{h_1^2} \left[ -\frac{m\gamma}{a} B_1 J_m(u) + i\omega\mu_0 h_1 F_1 J'_m(u) \right] + \right. \\ \left. + \frac{1}{h_2^2} \left[ -m \frac{\gamma}{a} B_2 K_m(w) + i\omega\mu_0 h_2 F_2 K'_m(w) \right] \right\} = 0 \quad (1.61)$$

Ponieważ zależność (1.61) musi być prawdziwa dla każdego kąta  $\phi$ , więc argumenty funkcji trygonometrycznych muszą być równe zero.

Rozróżnić możemy następujące przypadki:

- 1) wszystkie stałe w (1.61) są równe zeru, co odpowiada rozwiązaniu trywialnemu
- 2)  $B_1=B_2=F_1=F_2=0$ , co odpowiada nietrywialnemu rozwiązaniu z niezerowymi  $A_1=A_2=G_1=G_2$ ,
- 3)  $A_1=A_2=G_1=G_2=0$ , co odpowiada nietrywialnemu rozwiązaniu z niezerowymi  $B_1=B_2=F_1=F_2$ .

Przypadki 2) i 3) opisują rozwiązania ortogonalne do siebie. Odpowiadają one modom hybrydowym HE i EH.

Dla przypadku 2) otrzymujemy [5,7] następujące składowe pól typu hybrydowego HE i EH

$$\tilde{E}_z = A_1 J_m(h_1 r) \cos m\phi \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.62)$$

$$\tilde{E}_z = A_2 K_m(h_2 r) \cos m\phi \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.63)$$

$$\tilde{H}_z = G_1 J_m(h_1 r) \sin m\phi \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.64)$$

$$\tilde{H}_z = G_2 K_m(h_2 r) \sin m\phi \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.65)$$

$$\tilde{E}_\phi = \frac{1}{h_1^2} \left[ \frac{m\gamma}{r} A_1 J_m(h_1 r) + i\omega\mu_0 h_1 G_1 J_m'(h_1 r) \right] \sin m\phi \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.66)$$

$$\tilde{E}_\phi = -\frac{1}{h_2^2} \left[ \frac{m\gamma}{r} A_2 K_m(h_2 r) + i\omega\mu_0 h_2 G_2 K_m'(h_2 r) \right] \sin m\phi \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.67)$$

$$\tilde{E}_r = -\frac{1}{h_1^2} \left[ \gamma h_1 A_1 J_m'(h_1 r) + \frac{i\omega\mu_0 m}{r} G_1 J_m(h_1 r) \right] \cos m\phi \exp(-\gamma z) \quad r < a \quad (1.68)$$

$$\tilde{E}_r = \frac{1}{h_2^2} \left[ \gamma h_2 A_2 K_m'(h_2 r) + \frac{i\omega\mu_0 m}{r} G_2 K_m(h_2 r) \right] \cos m\phi \exp(-\gamma z) \quad r > a \quad (1.69)$$

Związki między stałymi można znaleźć z warunku ciągłości pól  $\tilde{E}_z$  i  $\tilde{H}_z$

$$A_2 = A_1 \frac{J_m(u)}{K_m(w)} \quad (1.70)$$

$$G_2 = G_1 \frac{J_m(u)}{K_m(w)} \quad (1.71)$$

Warunek ciągłości pola  $\tilde{E}_\phi$  dostarcza związku [5,12]

$$\begin{aligned} \frac{1}{h_1^2} \left[ \frac{m\gamma}{a} A_1 J_m(u) + i\omega\mu_0 h_1 G_1 J_m(u) \right] = \\ = -\frac{1}{h_2^2} \left[ \frac{m\gamma}{a} A_2 K_m(w) + i\omega\mu_0 h_2 G_2 K_m'(w) \right] \end{aligned} \quad (1.72)$$

zaś warunek ciągłości składowej normalnej indukcji elektrycznej  $\varepsilon E$  przybiera postać [5,12]

$$\begin{aligned} -\frac{\varepsilon_1}{h_1^2} \left[ \gamma h_1 A_1 J_m'(u) + \frac{i\omega\mu_0 m}{a} G_1 J_m(u) \right] = \\ = \frac{\varepsilon_2}{h_2^2} \left[ \gamma h_2 A_2 K_m'(w) + \frac{i\omega\mu_0 m}{a} G_2 K_m(w) \right] \end{aligned} \quad (1.73)$$

Wyrażając  $A_2$  oraz  $G_2$  za pomocą zależności (1.70) i (1.71) oraz zakładając, że wyrażenie (1.19) przyjmuje postać  $\gamma = i\beta$  (gdy tłumienie jest zaniedbywalne  $\alpha \approx 0$ ) otrzymujemy

$$\left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) m\beta A_1 + \left[ \frac{1}{u} \frac{J_m'(u)}{J_m(u)} + \frac{1}{w} \frac{K_m'(w)}{K_m(w)} \right] \omega\mu_0 G_1 = 0 \quad (1.74)$$

$$\left[ \frac{\varepsilon_1}{u} \frac{J_m'(u)}{J_m(u)} + \frac{\varepsilon_2}{w} \frac{K_m'(w)}{K_m(w)} \right] \beta A_1 + \left( \frac{\varepsilon_1}{u^2} + \frac{\varepsilon_2}{w^2} \right) \omega\mu_0 m G_1 = 0 \quad (1.75)$$

gdzie  $u$  i  $w$  wyrażają się wzorami (1.43).

Ostatecznie, równanie charakterystyczne dla modów hybrydowych HE i EH przyjmuje postać [5,7]

$$\boxed{m^2 \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) \left( \frac{1}{u^2} + \frac{s}{w^2} \right) = [Y_m(u) + X_m(w)][Y_m(u) + sX_m(w)]} \quad (1.76)$$

$$\text{gdzie } Y_m(u) = \frac{1}{u} \frac{J_m'(u)}{J_m(u)}, \quad X_m(w) = \frac{1}{w} \frac{K_m'(w)}{K_m(w)} \quad (1.77)$$

oraz

$$s = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \quad (1.78)$$

#### 1.4.4. Typy modów $TE_{mp}$ , $TM_{mp}$ , $HE_{mp}$ , $EH_{mp}$

Otrzymaliśmy więc równania charakterystyczne dla trzech przypadków:

- Mody typu TE (1.52)
- Mody typu TM (1.58)
- Mody hybrydowe EH i HE (1.76).

Rozwiązując równania charakterystyczne wyznaczmy wszystkie składowe pola elektrycznego i pola magnetycznego. Równań (1.52), (1.58) i (1.76) nie można rozwiązać analitycznie, a jedynie graficznie lub numerycznie. Załóżmy, że  $s = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{n_2}{n_1} \approx 1$ ,

bowiem różnica współczynników załamania w realnych światłowodach jest niewielka. Przybliżenie to nosi nazwę **przybliżenia słabego prowadzenia** (ang. weakly guiding approximation) i oznacza, że mody propagują prawie równoległe do osi symetrii światłowodu. Wtedy równanie charakterystyczne (1.76) przyjmuje postać

$$m^2 \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right)^2 = [Y_m(u) + X_m(w)]^2 \quad (1.79)$$

lub

$$\pm m^2 \left( \frac{n_{ef}}{u^2 B} \right)^2 = [Y_m(u) + X_m(w)]^2 \quad (1.80)$$

gdzie B wyrażone jest wzorem

$$B = \frac{n_{ef}^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} = \frac{w^2}{u^2 + w^2} = \frac{w^2}{v^2}, \quad 0 < B < 1 \quad (1.81)$$

i nosi nazwę znormalizowanej stałej propagacji, zaś

$$n_{ef} = \frac{\beta}{k_0} \quad (1.82)$$

nosi nazwę efektywnego współczynnika załamania. Efektywny współczynnik załamania jest zawarty między współczynnikiem załamania płaszczka i rdzenia

$$n_2 \leq n_{ef} \leq n_1 \quad (1.82.a)$$

Równanie charakterystyczne (1.80) (podobnie jak równania charakterystyczne (1.52), (1.58) i (1.76) wyprowadzone wcześniej bez założenia słabego prowadzenia) ma kilka rozwiązań dla stałej propagacji  $\beta$  z równań (1.81-1.82) oznacza to że równanie cząstkowe (1.80) ma kilka rozwiązań dla określonych wartości  $u$  i  $w$ , a więc również częstotliwości znormalizowanej zdefiniowanej równaniem (1.56)) dla każdej wartości całkowitej  $m$  oznaczającej rząd funkcji

Bessela  $J_m$  i  $K_m$ . Ponumerujemy rozwiązania indeksem  $m$  i uporządkujemy rozwiązania dla kolejnych wartości stałej propagacji  $\beta$  od najmniejszych do największych za pomocą indeksu  $p$ .

Każda wartość własna równania charakterystycznego  $\beta_{mp}$  odpowiada określonej strukturze pola elektromagnetycznego, zwanej **modem**. Dla każdej wartości stałej propagacji  $\beta_{mp}$  można otrzymać rozwiązania dla natężenia pola elektrycznego i magnetycznego z równań (1.57) lub (1.62)-(1.69). Natężenia pola elektrycznego i magnetycznego będą więc również numerowane dwoma indeksami  $m$  i  $p$ . Otrzymamy więc pola typu  $TE_{op}$ ,  $TM_{op}$  oraz  $HE_{mp}$ ,  $EH_{mp}$ .

**Jak widać z dotychczasowych rozważań, stała propagacji  $\beta$  jest kluczową wielkością w analizie elektrodynamicznej modów propagujących w światłowodach. Ma ona sens fizyczny składowej  $z$  wektora falowego  $\beta = \frac{\omega}{v_f} = k_0 n_1 \sin \Theta$ , składowa  $z$  jest skierowana wzdłuż osi światłowodu, zaś kąt  $\Theta$  jest kątem padania na granicę faz rdzeń-płaszcz.**

#### 1.4.5. Częstotliwość odcięcia.

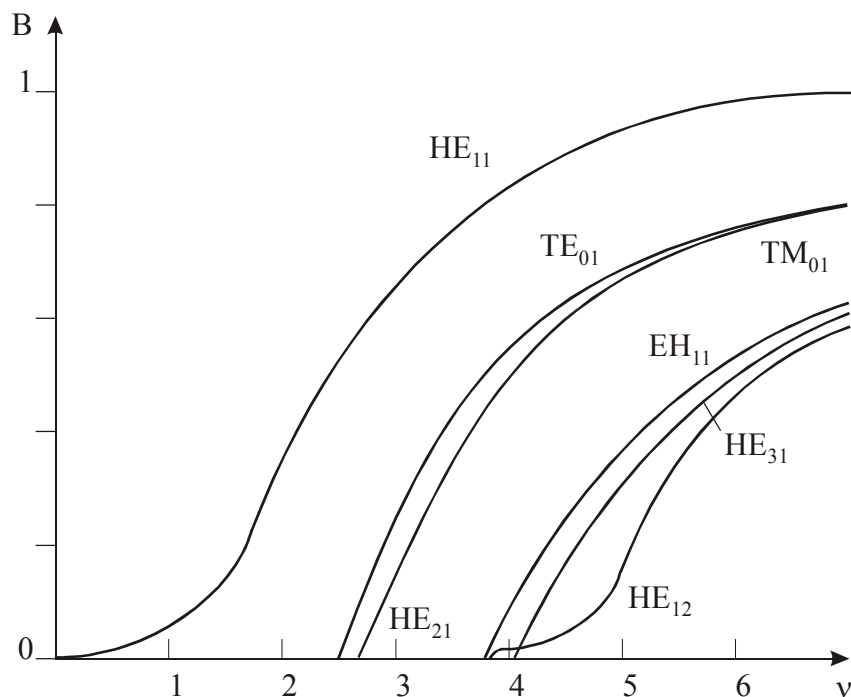
Liczba modów propagowanych w światłowodzie zależy od średnicy rdzenia  $a$ , różnicy współczynników załamania rdzenia i płaszczka  $n_1 - n_2$  oraz długości fali propagowanej przez światłowód  $\lambda_0$ . Pokażemy, że parametrem od którego zależy liczba modów jest wprowadzona wcześniej (1.56) częstotliwość znormalizowana  $v = \frac{2\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$ .

Ponadto pokażemy, że dany mod może rozchodzić się w światłowodzie dopiero wtedy, gdy wartość znormalizowanej częstotliwości  $v$  przekroczy określoną, charakterystyczną dla każdego modu wielkość, zwaną częstotliwością odcięcia. Pokażemy, że gdy  $v < 2.405$  to równanie charakterystyczne nie ma rozwiązania, czyli nie istnieje żaden mod typu  $TE_{op}$  oraz  $TM_{op}$ . Jedynym modem propagowanym bez ograniczeń jest mod hybrydowy  $HE_{11}$ , dla którego częstotliwość odcięcia wynosi zero.

Światłowód propagujący tylko jeden mod  $HE_{11}$ , zwany również modem podstawowym, nosi nazwę światłowodu jednomodowego. W miarę wzrostu  $v$  rośnie liczba rozwiązań (modów). Zatem mod  $TE_{op}$  może rozchodzić się dopiero wtedy, gdy znormalizowana częstotliwość  $v$  jest większa od pewnej wartości  $v_{op}$  zwanej **częstotliwością odcięcia** modu  $TE_{op}$ . Światłowód propagujący większą liczbę modów, nosi nazwę



światłowodu wielomodowego. Na Rys.1.23, przedstawiono zależność znormalizowanej stałej propagacji B wyrażonej wzorem (1.81) od częstotliwości znormalizowanej  $\nu$ . Z Rys.1.23, widać, że gdy  $\nu < 2.405$  jedynym modem propagowanym bez ograniczeń jest mod hybrydowy  $HE_{11}$ , dla którego częstotliwość odcięcia wynosi zero. Dla większych wartości  $\nu$  propagowane są mody typu  $TE_{op}$  oraz  $TM_{op}$  oraz mody hybrydowe wyższego rzędu.



Rys.1.23. Zależność znormalizowanej stałej propagacji B wyrażonej wzorem (1.81) od częstotliwości znormalizowanej  $\nu$ .

Niżej pokażemy skąd wynika warunek  $\nu < 2.405$  i sprecyzujemy pojęcie częstotliwości odcięcia.

Dla modów EH i HE równanie charakterystyczne (1.80) przyjmuje

$$\text{postać } \pm m \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) = \left[ \frac{1}{u} \frac{J'_m(u)}{J_m(u)} + \frac{1}{w} \frac{K'_m(w)}{K_m(w)} \right] \quad (1.83)$$

gdy wprowadzimy przybliżenia słabego przewodzenia  $s = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{n_2}{n_1} \approx 1$

równanie charakterystyczne dla modów typu TF(H) ma postać (1.52)

$$\frac{1}{u} \frac{J'_0(u)}{J_0(u)} = - \frac{1}{w} \frac{K'_0(w)}{K_0(w)} \quad (1.84)$$

zaś równanie (1.58) przyjmuje postać

$$\frac{1}{u} \frac{J'_0(u)}{J_0(u)} = - \frac{1}{w} \frac{K'_0(w)}{K_0(w)} \quad (1.85)$$

Korzystając z własności funkcji Bessela

$$\pm uJ'_m(w) = mJ_m(w) \pm uJ_{m\pm 1}(u) \quad (1.86)$$

$$\pm wK'_m(w) = mK_m(w) \pm wK_{m\pm 1}(w) \quad (1.87)$$

$$J_{-m} = (-1)^m J_m \quad (1.88)$$

$$K_{-m} = KJ_m \quad (1.89)$$

można pokazać [8], że równania charakterystyczne przyjmują postać

$$u \frac{J_{m-1}(u)}{J_m(u)} = -w \frac{K_{m-1}(w)}{K_m(w)} \quad (1.90)$$

Gdy mod nie może rozchodzić się w światłowodzie, znormalizowana stała propagacji wynosi  $B=0$  ((1.81) oraz Rys.1.23), czyli  $w=0$ , zaś częstotliwość znormalizowana (1.55)-(1.56) przyjmuje wartość  $\nu=u$  i ma sens fizyczny **częstotliwości odcięcia** modu  $\nu_{om}$ , czyli częstotliwości powyżej której w światłowodzie może propagować określony mod

$$\nu_{om} = u \quad (1.91)$$

Ponieważ dla  $w=0$ ,  $\frac{K_{m-1}(w)}{K_m(w)}$  przyjmuje wartość skończoną, więc (1.90) wynosi

$$u \frac{J_{m-1}(u)}{J_m(u)} = 0 \quad (1.92)$$

Z równania (1.92) wynika, że aby znaleźć częstotliwość odcięcia  $\nu_{om}$  należy znaleźć miejsca zerowe funkcji Bessela

$$J_{|m-1|}(u) = 0 \quad (1.93)$$

czyli dla  $m=1$  (mod  $HE_{11}$ ) szukamy miejsca zerowego funkcji  $J_0$ , które wynosi 2.405, co widać z Rys.120. Rozumiemy więc dlaczego w obszarze częstotliwości znormalizowanych

$$0 < \nu < 2.405 \quad (1.94)$$

propagowany jest tylko jeden mod -  $HE_{11}$ , który ma częstotliwość odcięcia równą zero. Taki światłowód nazywamy jednomodowym. Dopiero powyżej częstotliwości  $\nu_{om}=2.405$  światłowód staje się wielomodowy. Najpierw zaczyna propagować mody  $TE_{01}$  i  $HE_{21}$ , a potem mody z wyższymi indeksami (Rys.1.23). Światłowód staje się wielomodowy. Liczba modów propagowanych w światłowodzie zależy od jego konstrukcji oraz długości propagowanej fali  $\lambda_0$  opisanej wzorem (1.56)

$$\nu = \frac{\pi a}{\lambda_0} \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

gdzie:  $a$  promień rdzenia,  $n_1$  współczynnik załamania rdzenia i  $n_2$  płaszczka. Jeżeli częstotliwość odcięcia wynosi 2.405 dla światłowodów jednomodowych, to możemy obliczyć długość fali propagowanej.

Dla typowych światłowodów jednomodowych  $n_1 - n_2 = 0.005$ ,  $a = 5^{-10} \mu m$  otrzymujemy  $\lambda_0$  z obszaru bliskiej podczerwieni 800-1600 nm. Aby światłowod mógł propagować jeden mod w zakresie światła widzialnego (400-800 nm) musiałby mieć bardzo małą średnicę rdzenia  $a < 2 \mu m$ .

#### 1.4.6. Mody liniowo spolaryzowane $LP_{mp}$

W rzeczywistości światłowod jednomodowy propaguje dwa mody o ortogonalnej polaryzacji. Mod  $HE_{11}$  ma trzy składowe  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  i albo składowa  $E_x$  albo  $E_y$ , dominuje. Ponadto, kombinacja liniowa kilku modów o zbliżonych wartościach własnych daje wypadkową pola elektrycznego, która ma zaniedbywalnie małą składową w kierunku rozchodzenia światła w światłowodzie  $E_z = 0$  i jest liniowo spolaryzowana. Takie mody nazywamy modami liniowo spolaryzowanymi  $L_{mp}$ . Można pokazać [7], że

$$\begin{aligned} LP_{0p} &= HE_{1p} \\ LP_{1p} &= HE_{2p} + E_{0p} + H_{0p} \\ LP_{mp} &= HE_{m+1,p} + EH_{m-1,p} \quad m > 2 \end{aligned} \quad (1.95)$$

Dwa ortogonalnie spolaryzowane mody są zdegenerowane, tzn. równanie charakterystyczne ma dwa rozwiązania odpowiadające tej samej stałej propagacji  $\beta$  zdefiniowany zależnością (1.19) i związaną z efektywnym współczynnikiem załamania  $n_{ef}$  zależnością (1.82). Degeneracja odpowiada sytuacji idealnej, w której nie występuje zjawisko dwójłomności. W rzeczywistości naprężenia, zmiany gęstości, przypadkowe zmiany kształtu, średnicy rdzenia powodują przypadkowe powstawanie wyróżnionych osi optycznych, a więc zjawisko dwójłomności. W konsekwencji dwie ortogonalne składowe wędrują w światłowodzie jako promień zwyczajny i nadzwyczajny które poruszają się w światłowodzie z różną prędkością. W konsekwencji degeneracja dwóch ortogonalnie spolaryzowanych modów zostaje usunięta. Różne prędkości dwóch składowych ortogonalnych generują różnicę fazy zmieniającą się w czasie propagacji wzdłuż światłowodu i mieszanie dwóch składowych w sposób przypadkowy co powoduje zmianę polaryzacji. Jak wspominaliśmy w rozdziale 1.3 istnieją sposoby, aby zachować stałą polaryzacji

Pokażemy za [5,7], że mod hybrydowy ma rzeczywiście dwie składowe o wzajemnie prostopadłej polaryzacji. W przybliżeniu słabego prowadzenia, czyli gdy

$$s = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{n_2}{n_1} \approx 1 \quad (1.96)$$

pokazaliśmy, że równanie charakterystyczne dla modów hybrydowych HE i EH przyjmuje postać (1.80)

$$m \left( \frac{1}{u^2} + \frac{1}{w^2} \right) = \pm [Y_m(u) + X_m(w)] \quad (1.97)$$

a stała propagacji  $\beta$  wyraża się wzorem

$$\beta = \omega \sqrt{\varepsilon \mu_0} \quad (1.98)$$

Wykorzystując (1.95) i (1.98) w (1.74) otrzymujemy związek między stałymi  $A_l$  i  $G_l$

$$G_l = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} A_l \quad (1.99)$$

gdzie znak + odpowiada modom HE, zaś znak – odpowiada modom EH. Podstawiając (1.99) do (1.62) i (1.64) otrzymujemy składowe wzdłuż osi  $z$  światłowodu

$$\tilde{E}_z = A_l J_m(h_1 r) \cos m\phi \quad (1.100)$$

$$H_z = \pm A_l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} J_m(h_1 r) \sin m\phi \quad (1.101)$$

Postępując podobnie dla stałych  $F_l$  i  $B_l$  w (1.61) dla rozwiązania ortogonalnego otrzymujemy

$$F_l = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} B_l \quad (1.102)$$

gdzie znak + odpowiada modom HE, zaś znak – odpowiada modom EH..

oraz składowe wzdłuż osi  $z$  światłowodu z równań (1.27) i (1.31)

$$\tilde{E}_z = B_l J_m(h_1 r) \sin m\phi \quad (1.103)$$

$$H_z = \pm B_l \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}} J_m(h_1 r) \cos m\phi \quad (1.104)$$

bo  $A_l$  i  $G_l = 0$  dla tego przypadku.

Składowe poprzeczne pola  $x$  i  $y$  obliczamy z równań Maxwella w układzie kartezjańskim, nie zaś sferycznym, którego używaliśmy do tej pory

$$\tilde{E}_x = -\frac{1}{h^2} \left( \gamma \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} + i\omega\mu \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} \right) \quad (1.105)$$

$$\tilde{E}_y = \frac{1}{h^2} \left( -\gamma \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} + i\omega\mu \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \right) \quad (1.106)$$

$$\tilde{H}_x = \frac{1}{h^2} \left( i\omega\varepsilon \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial y} - \gamma \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial x} \right) \quad (1.107)$$

$$\tilde{H}_y = -\frac{1}{h^2} \left( i\omega\varepsilon \frac{\partial \tilde{E}_z}{\partial x} + \gamma \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} \right) \quad (1.108)$$

Ponieważ składowe pól (1.86) i (1.87) wyrażone są we współrzędnych sferycznych, w równaniach (1.105)-(1.108) należy dokonać zamiany zmiennych korzystając z zależności

$$\frac{\partial r}{\partial x} = \cos \phi, \quad \frac{\partial r}{\partial y} = \sin \phi \quad (1.109)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{r} \sin \phi, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{r} \cos \phi$$

oraz skorzystać z własności funkcji Bessela

$$uJ'_m(u) = +mJ_m(u) - uJ_{m+1}(u)$$

$$uJ'_m(u) = -mJ_m(u) + uJ_{m-1}(u) \quad (1.110)$$

Aby otrzymać składowe modów liniowo spolaryzowanych  $L_{mp}$  należy wykonać taką kombinację liniową kilku modów o zbliżonych wartościach własnych, aby otrzymać wypadkową pola elektrycznego, która ma zanedbywalnie małe składowe w kierunku rozchodzenia światła w światłowodzie  $\tilde{E}_z = 0$  i  $\tilde{H}_z = 0$ . Warunek ten spełniony jest dla kombinacji opisanych równaniami (1.95). Podstawiając (1.100)-(1.108) do (1.95) otrzymujemy cztery składowe pola elektromagnetycznego dla czterech modów liniowo spolaryzowanych  $L_{mp}$ .

Dla polaryzacji w kierunku x otrzymujemy mody

$$\tilde{E}_x = \tilde{H}_y Z_1 = E_m \frac{J_m(ur/a)}{J_m(u)} \cos m\phi \quad r < a \quad (1.111)$$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_x &= \tilde{H}_y Z_2 = \tilde{E}_m \frac{K_m(wr/a)}{K_m(w)} \cos m\phi & r > a \\ \tilde{E}_y &= 0, \quad \tilde{H}_x = 0 \\ \tilde{E}_x &= \tilde{H}_y Z_1 = \tilde{E}_m \frac{J_m(ur/a)}{J_m(u)} \sin m\phi & r < a\end{aligned}\tag{1.112}$$

$$\tilde{E}_x = \tilde{H}_y Z^2 = \tilde{E}_m \frac{K_m(wr/a)}{K_m(w)} \sin m\phi \quad r > a$$

$$\tilde{E}_y = 0, \quad \tilde{H}_x = 0$$

Dla polaryzacji w kierunku y otrzymujemy mody

$$\tilde{E}_y = -\tilde{H}_x Z_1 = \tilde{E}_m \frac{J_m(ur/a)}{J_m(u)} \cos m\phi \quad r < a\tag{1.113}$$

$$\begin{aligned}\tilde{E}_y &= -\tilde{H}_x Z_2 = \tilde{E}_m \frac{K_m(wr/a)}{K_m(w)} \cos m\phi & r > a \\ \tilde{E}_x &= 0, \quad \tilde{H}_y = 0\end{aligned}$$

gdzie

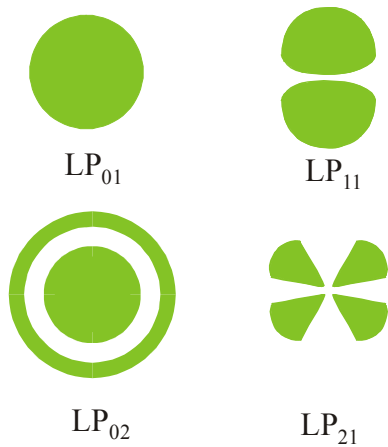
$$Z_1 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_1}}, \quad Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_2}}\tag{1.114}$$

zaś  $E_m$  oznacza maksymalną wartość natężenia pola elektromagnetycznego na granicy rdzenia i płaszczu. Składowe  $z$  można obliczyć z równań Maxwella i pokazać, że składowe wzdłuż kierunku propagacji  $z$  są zaniedbywalnie małe w porównaniu ze składowymi poprzecznymi  $x$  i  $y$ . Z równań (1.111)-(1.113) wynika, że dla  $m=0$  istnieją tylko dwa niezerowe mody  $L_{0p}$ .

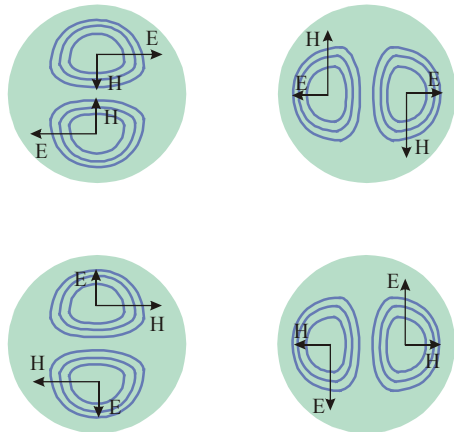
$$\tilde{E}_z = \frac{i}{\omega\epsilon} \left( \frac{\partial \tilde{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \tilde{H}_y}{\partial x} \right)\tag{1.115}$$

$$\tilde{H}_z = \frac{i}{\omega\mu_0} \left( \frac{\partial \tilde{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \tilde{E}_x}{\partial y} \right) \quad (1.116)$$

Na rysunku 1.24, przedstawiono rozkład poprzeczny mocy dla kilku początkowych modów liniowo spolaryzowanych. Dla modu  $LP_{0p}$  istnieją dwie identyczne składowe o polaryzacji wzajemnie ortogonalnej. Dla wyższych indeksów istnieją cztery mody różniące się nie tylko polaryzacją, ale również orientacją rozkładów mocy.



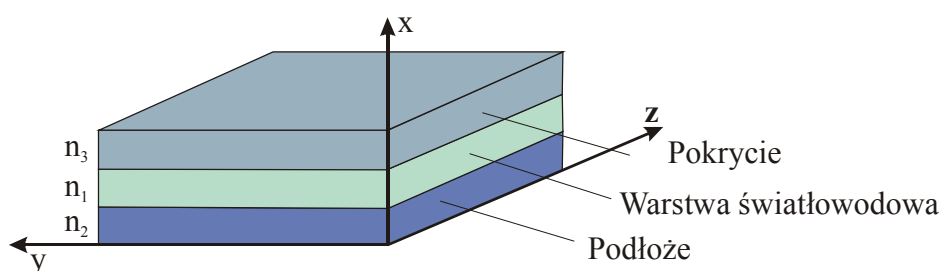
Rys.1.24 Rozkład mocy w rdzeniu światłowodu cylindrycznego skokowego dla modów liniowo spolaryzowanych



Rys1.25. Rozkład mocy i orientacji rozkładów pól w rdzeniu światłowodu cylindrycznego skokowego dla modu  $LP_{11}$  liniowo spolaryzowanego

## 1.5. Rozchodzenie się światła w światłowodach. Analiza elektrodynamiczna. Światłowod planarny [6]. Graficzne rozwiązywanie równania charakterystycznego

Dotychczas analizowaliśmy mody w światłowodzie cylindrycznym skokowym. Ze względu na symetrię światłowodu użyliśmy współrzędnych sferycznych. Rozwiązaniem równań Maxwella dla tego przypadku są funkcje Bessela, zaś warunki ciągłości i warunki wynikające z symetrii pozwalają otrzymać równanie własne dla stałych propagacji  $\beta_0$ . Parametr ten jest kluczową wielkością w analizie elektrodynamicznej modów propagujących w światłowodach. Ma ona sens fizyczny składowej  $z$  wektora falowego  $\beta = \frac{\omega}{v_f} = k_0 n_1 \sin \Theta$ , składowa  $z$  jest skierowana wzdłuż osi światłowodu, zaś kąt  $\Theta$  jest kątem padania na granicę faz rdzeń-płaszcz.



Rys.1.26. Światłowod planarny.

Zastosujmy układ współrzędnych w którym oś  $x$  jest skierowana prostopadle do płaszczyzny podłoża i pokrycia ( $-\frac{h_0}{2} < x < \frac{h_0}{2}$ ), gdzie  $h_0$  jest grubością warstwy rdzenia światłowodu planarnego, oś  $z$  jest osią wzdłuż której propaguje światło. Dla uproszczenia obliczeń zakładamy, że wymiar światłowodu w kierunku osi  $y$  jest nieograniczony. Zakładamy, że światłowod planarny jest symetryczny (współczynnik załamania podłoża  $n_2$  i pokrycia  $n_3$  są jednakowe  $n_3 = n_2$ ). Współczynnik załamania rdzenia  $n_1$  jest większy od  $n_2$  i  $n_3$ .

Rozwiązanie równań Maxwella dla światłowodu planarnego, przedstawionego na Rys.1.8, jest znacznie prostsze [6] niż dla światłowodu cylindrycznego omawianego w rozdziale 1.4. Niżej rozważymy równania Maxwella dla modów typu TE czyli takich dla których spełnione są warunki  $\tilde{E}_z = 0$ ,  $\tilde{H}_z \neq 0$ . Dla falowodu planarnego pole fali jest ograniczone jedynie w kierunku  $x$ , pochodne po współrzędnych  $y$  są więc równe zero, więc

$$\tilde{H}_y = \tilde{E}_x = 0 \quad (1.117)$$



a równanie Helmholtza (1.12) przyjmuje postać

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial x^2} + h^2 \tilde{E}_y = 0 \quad (1.118)$$

$$h^2 = \gamma^2 + n^2 k_0^2, \text{ gdzie } \gamma = \alpha + i\beta \quad (1.119)$$

Stała  $\beta$  oznacza stałą fazową i nosi nazwę **stałej propagacji**, zaś  $\alpha$  opisuje tłumienie (i zanikanie fali oscylującej) w światłowodzie. Rozwiązanie równania (1.118) powinno mieć charakter oscylacyjny w rdzeniu i zanikający w płaszczu. Aby ten warunek został spełniony,  $h$  musi być rzeczywiste w rdzeniu i urojone w płaszczu, czyli

$$h = h_1 \text{ dla rdzenia } |x| < \frac{h_0}{2} \text{ oraz } h = ih_2 \text{ dla płaszczu } |x| > \frac{h_0}{2} \quad (1.120)$$

Równanie Helmholtza (1.118) przyjmuje więc postać

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial x^2} + h_1^2 \tilde{E}_y = 0 \quad \text{dla rdzenia} \quad |x| < \frac{h_0}{2} \quad (1.121)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial x^2} + h_2^2 \tilde{E}_y = 0 \quad \text{dla płaszczu} \quad |x| > \frac{h_0}{2} \quad (1.222)$$

Ponieważ tłumienie w światłowodzie jest niewielkie, więc możemy z dobrym przybliżeniem przyjąć  $\alpha=0$ , i równania (1.121) i (1.122) przyjmują postać

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial x^2} + (n_1^2 k_0^2 - \beta^2) \tilde{E}_y = 0 \quad \text{dla rdzenia} \quad |x| < \frac{h_0}{2} \quad (1.123)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}_y}{\partial x^2} - (\beta^2 - n_2^2 k_0^2) \tilde{E}_y = 0 \quad \text{dla płaszczu} \quad |x| > \frac{h_0}{2} \quad (1.124)$$

$$\text{gdzie } h_1^2 = \beta^2 - n_1^2 k_0^2 < 0 \quad \text{dla rdzenia} \quad |x| < \frac{h_0}{2} \quad (1.125)$$

$$h_2^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 > 0 \quad \text{dla płaszczu} \quad |x| > \frac{h_0}{2} \quad (1.126)$$

bowiem

$$k_0^2 n_2^2 < \beta^2 < k_0^2 n_1^2 \quad (1.127)$$

Rozwiązaniem równania (1.123) w rdzeniu jest fala oscylująca

$$\tilde{E}_y(x) = a \cos \kappa x \quad \text{dla rdzenia} \quad |x| < \frac{h_0}{2} \quad (1.128)$$

gdzie  $a$  jest stałą całkowania

zaś poza granicami rdzenia rozwiązaniem równania (1.124) jest fala gasnąca

$$\tilde{E}_y(x) = ce^{-\gamma x} \quad \text{dla płaszczu} \quad |x| > \frac{h_0}{2} \quad (1.129)$$

z warunku ciągłości  $\tilde{E}_y(x)$  oraz pochodnej  $\frac{d\tilde{E}_y}{dx}$  na granicy rdzeń-płaszcz (pokrycie lub podłoże) dla  $x = \pm \frac{h_0}{2}$  otrzymujemy

$$a \cos\left(\frac{h_2 h_0}{2}\right) = c \exp(-\gamma h_0 / 2) \quad (1.130)$$

$$- \kappa a \sin\left(\frac{h_0 h}{2}\right) = -\gamma c \exp(-\gamma h_0 / 2) \quad (1.131)$$

Dzieląc obustronnie przez siebie (1.130) i (1.131) i mnożąc obustronnie przez  $\frac{h_0}{2}$  otrzymujemy

$$\frac{h_2 h_0}{2} \operatorname{tg}\left(\frac{h_2 h_0}{2}\right) = \frac{h_0}{2} h_1 \quad (1.132)$$

Korzystając z (1.125) i (1.126) otrzymujemy

$$(h_1^2 + h_2^2) = k_0^2 (n_1^2 - n_2^2) \quad (1.133)$$

Mnożąc (1.133) stronami przez  $\frac{h_0}{2}$  otrzymujemy częstotliwość znormalizowaną

$$\nu = \frac{h_0}{2} \sqrt{(h_1^2 + h_2^2)} = k_0 \frac{h_0}{2} \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} \quad (1.134)$$

Równanie (1.134) jest odpowiednikiem równań (1.55-1.56a) dla częstotliwości znormalizowanej światłowodu cylindrycznego.

Korzystając z wprowadzonej definicji częstotliwości znormalizowanej  $\nu$  możemy napisać

$$\frac{h_1 h_0}{2} = \left(\frac{\nu^2}{4} - \xi^2\right)^{\frac{1}{2}}, \quad \text{gdzie} \quad \xi = \frac{h_2 h_0}{2} \quad (1.135)$$

Równanie (1.132) możemy więc wyrazić za pomocą częstotliwości znormalizowanej  $\nu$  następująco

$$\xi \operatorname{tg} \xi = \left(\frac{\nu^2}{4} - \xi^2\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.136)$$

lub

$$\xi \operatorname{tg} \xi = (\nu^2 - \xi^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.137)$$

gdzie

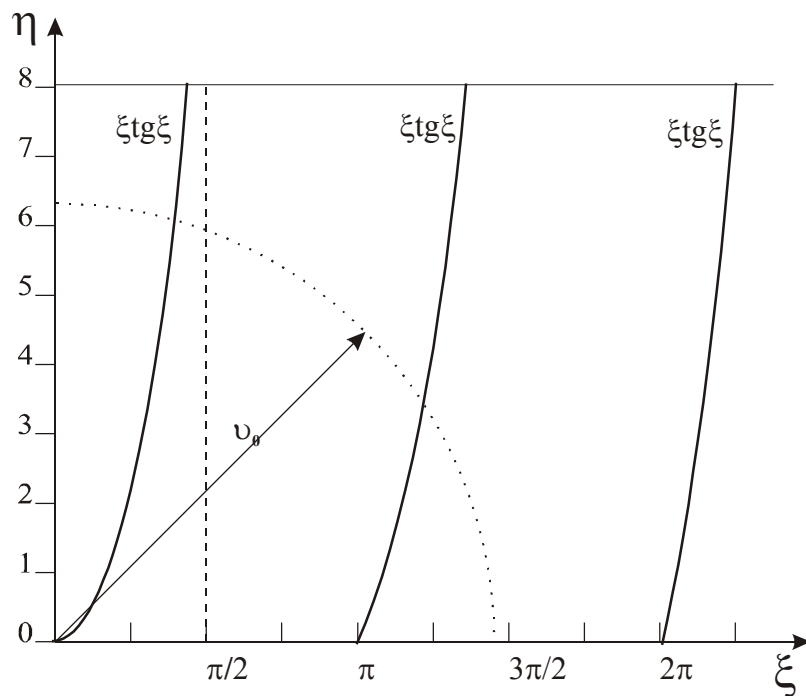
$$\nu_0 = \frac{\nu}{2} \quad (1.138)$$

Prawa strona równania (1.137)

$$\eta = (\nu_0^2 - \xi^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.139)$$

jest równaniem okręgu o promieniu  $\nu_0$  w płaszczyźnie  $\eta, \xi$

Równanie (1.137) spełnia rolę równania charakterystycznego, bowiem pozwala wyznaczyć stałą propagacji  $\beta$ . Równanie (1.137) można rozwiązać graficznie. Punkt przecięcia okręgu o promieniu  $\nu_0$  opisanego równaniem (1.139) i funkcji  $\xi \operatorname{tg} \xi$  z równania (1.137) pozwala wyznaczyć stałą propagacji  $\beta$



Rys.1.27. Ilustracja graficzna rozwiązania równania dla światłowodu planarnego symetrycznego Punkt przecięcia okręgu opisanego równaniem (1.139) i funkcji  $\xi \operatorname{tg} \xi$  z równania (1.137) pozwala wyznaczyć stałą propagacji

Częstość znormalizowana opisana równaniem (1.134) pozwala wyznaczyć częstotliwości odcięcia  $\nu_{om}$ , czyli częstotliwości poniżej której określony mod nie może rozchodzić się w rdzeniu światłowodu. Rzeczywiście najmniejsza wartość jaką może osiągnąć  $h_2$  wynosi zero

co wynika z równania (1.126), bowiem  $\beta$  nie może być mniejsza od  $n_2^2 k_0^2$ . Gdy  $h_2 = 0$ , z równania (1.135) otrzymujemy  $\xi = 0$ . Gdy  $\xi = 0$  z równania (1.137) otrzymujemy  $\nu_0 = \xi$ . Z rozwiązania graficznego przedstawionego na rysunku 1.27, wynika, że dla częstotliwości  $\nu_0$  spełniających warunek

$$0 < \nu_0 < \frac{\pi}{2} \quad (1.140)$$

istnieje tylko jeden mod TE i światłowód planarny jest jednomodowy. Dla większych wartości  $\nu_0$  światłowód planarny staje się wielomodowy.

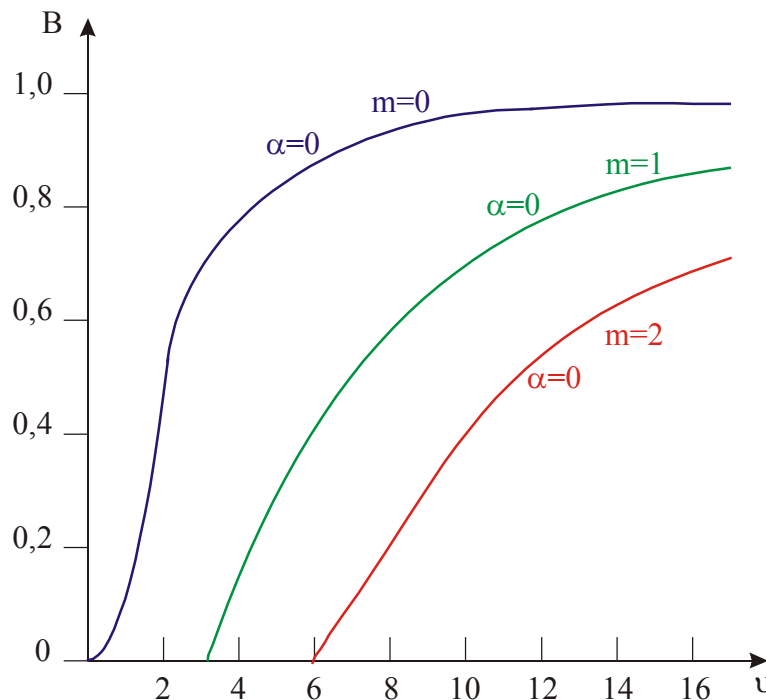
Dla światłowodu planarnego wyjątkowo łatwo wyprowadzić zależność znormalizowanej stałej propagacji B wyrażonej wzorem (1.81) od częstotliwości znormalizowanej  $\nu$  przedstawionej na rys. 1.23. Wykorzystując wzór na znormalizowaną stałą propagacji B z równania (1.81) i stosując oznaczenia, które wprowadziliśmy dla światłowodu planarnego (1.135) i (1.138) otrzymujemy

$$B = \frac{n_{ef}^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} = \frac{h_1^2}{h_1^2 + h_2^2} = \frac{h_1^2}{\nu^2} = 1 - \frac{h_2^2}{\nu^2}, \quad 0 < B < 1 \quad (1.141)$$

gdzie

$$n_{ef} = \frac{\beta}{k_0}$$

otrzymujemy



Rys.1.28. Zależność znormalizowanej stałej propagacji B od częstotliwości znormalizowanej  $\nu$  dla światłowodu planarnego symetrycznego policzona ze wzoru (1.145)

Podstawiając (1.141) do (1.136) otrzymujemy

$$\operatorname{tg}^2\left(\nu_0\sqrt{1-B}\right) = \frac{B}{1-B} \quad (1.142)$$

lub bardziej ogólnie ( bo  $\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(\alpha + m\pi)$  )

$$\operatorname{tg}\left(\nu_0\sqrt{1-B} + \frac{m\pi}{2}\right) = \pm\sqrt{\frac{B}{1-B}} \quad (1.143)$$

Ze wzoru (1.143) możemy wyznaczyć częstotliwość znormalizowaną  $\nu_0$

$$\nu_0 = \sqrt{\frac{1}{1-B}} \left[ \frac{m\pi}{2} + \operatorname{arctg}\sqrt{\frac{B}{1-B}} \right], \quad m=0,2,4,6,.. \quad (1.145)$$

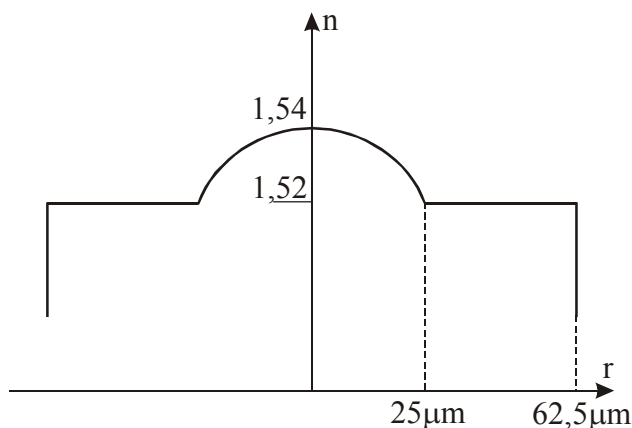
Jest to zależność częstotliwości znormalizowanej  $\nu_0$  dla światłowodu płana megoometrycznego symetrycznego od znormalizowanej stałej propagacji B

## 1.6. Rozchodzenie się światła w światłowodach. Analiza toru optycznego i analiza elektrodynamiczna dla światłowodu cylindrycznego gradientowego [6].

W światłowodzie gradientowym profil współczynnika załamania w rdzeniu nie jest stały i zależy od odległości  $r$  od środka osi. Najczęściej są to światłowody o profilu, w którym współczynnik załamania rdzenia opisywany jest funkcją

$$n(r) = n_0 - \frac{1}{2} n_r r^2 \quad (1.146)$$

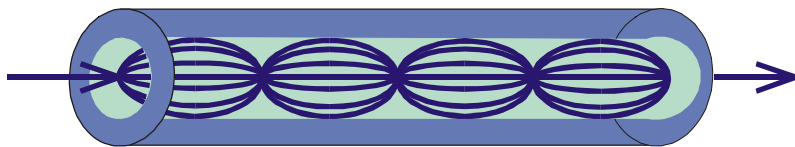
i jest funkcją odległości  $r$  od osi światłowodu oraz  $n_0 \gg n_r$ .



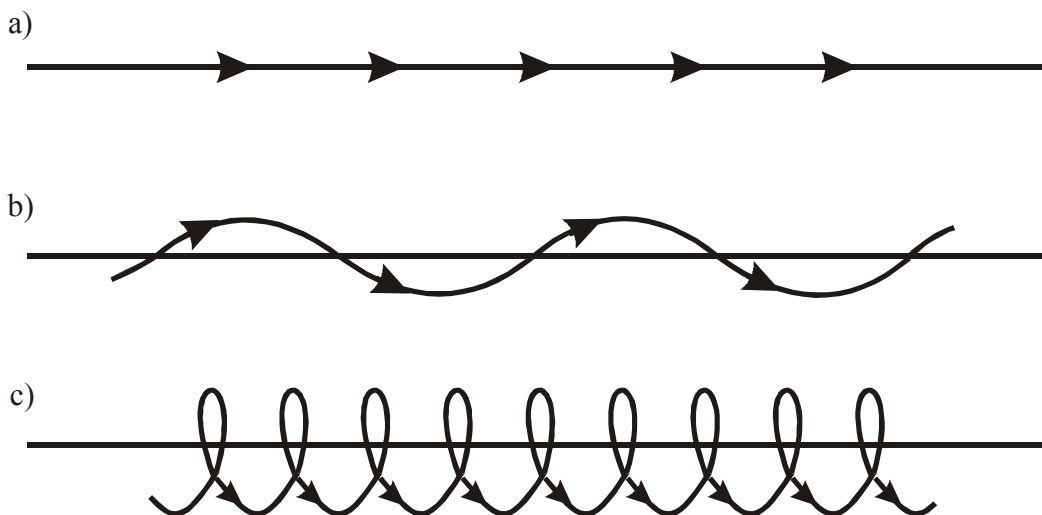
Rys. 1.29. Profil współczynnika załamania w światłowodzie gradientowym

Z założeń które zastosowaliśmy w rozdziałach 1.4 i 1.5 do analizy elektrodynamicznej wynika że współczynnik załamania  $n(\omega)$  nie zależy od składowych przestrzennych rdzenia i płaszczu. Założenia te są prawdziwe dla światłowodów skokowych ale nie są prawdziwe dla światłowodów gradientowych. Tory promieni w światłowodzie gradientowym mają kształt sinusoidy bądź helisy, jak na rysunkach 1.30 i 1.131

Po pierwsze, chcielibyśmy zrozumieć, dlaczego tory promieni w światłowodzie gradientowym mają kształt sinusoidy bądź helisy, jak na rysunkach poniżej



Rys.1.30. Tory promieni w światłowodzie gradientowym



Rys.1.31

Aby opisać przebieg promienia w światłowodach gradientowych skorzystajmy z zasady Fermata [9]

$$\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \vec{\rho} = \frac{1}{n(r)} \nabla n(r) \quad (1.147)$$

gdzie  $\rho$  jest.....,  $n(r)$  współczynnikiem załamania zależnym od położenia osi światłowodu

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} ,$$

oraz

$$\nabla n(r) = -n_x \vec{i} - n_y \vec{j} \quad (1.148)$$

Wykorzystując (1.146) oraz (1.148) w (1.147) otrzymujemy

$$\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \vec{\rho} = \frac{-n_r x \vec{i} - n_r y \vec{j}}{n_0 - \frac{1}{2} n_r (x^2 + y^2)} \quad (1.149)$$

lub po przekształceniu

$$\left[ \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} - \frac{1}{2} \frac{n_r}{n_0} (x^2 + y^2) \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \right] \vec{\rho} + \frac{n_r}{n_0} x \vec{i} + \frac{n_r}{n_0} y \vec{j} = 0 \quad (1.150)$$

Ponieważ  $n_r \ll n_0$ , oraz  $r^2 = x^2 + y^2$

otrzymujemy równanie opisujące przebieg promienia w światłowodach gradientowych (parabolicznych), którego rozwiązanie ma następującą postać

$$\frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \vec{\rho} + \frac{n_r}{n_0} \vec{r} = 0 \quad , \quad \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} + \frac{n_r}{n_0} r = 0 \quad (1.151)$$

$$r(z) = r_0 \left[ \cos \left( \sqrt{\frac{n_r}{n_0}} z \right) \right] + r'_0 \left[ \sqrt{\frac{n_0}{n_r}} \sin \left( \sqrt{\frac{n_r}{n_0}} z \right) \right] \quad (1.152)$$

Można zauważyć, że  $r(z)$  opisuje tor światła ma charakter funkcji harmonicznym, taki jak przedstawiono na Rys.1.30. Aby wyznaczyć przekrój poprzeczny pól elektromagnetycznych dla światłowodów gradientowych postępujemy podobnie jak w rozdziale 1.4 i 1.5, czyli wykorzystujemy równanie Helmholtza w postaci

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{E}}{\partial y^2} + [k_0^2 n^2(r) - \beta^2] \tilde{E} = 0 \quad (1.153)$$

gdzie

$$\tilde{E}(x, y, z, t) = \tilde{E}(x, y) \exp[i(\omega t) - \beta z] \quad (1.154)$$

zaś współczynnik załamania rdzenia opisywany jest funkcją

$$n(r) = n_0 - \frac{1}{2} n_r r^2 \approx n_1^2 \left( 1 - \frac{r^2}{G^2} \right) \quad (1.155)$$

gdzie  $G^{-1} = \frac{\sqrt{2 \Delta n}}{a}$ ,  $\Delta n = n_1 - n_2$ ,  $a$  jest promieniem rdzenia.

Podstawiając (1.155) do (1.153), stosując separację zmiennych dla pola w płaszczyźnie prostopadłej do osi światłowodu  $z$

$$\tilde{E}(x, y) = X(x)Y(y) \quad (1.156)$$

otrzymujemy równania dla składowych  $X(x)$  i  $Y(y)$ , których rozwiązaniem są **funkcje Hermite'a-Gausa**  $H_m$  i  $H_p$  [6]. Ostatecznie otrzymujemy natężenie pola w postaci

$$\tilde{E}(x, y, z) = E_0 H_m \left( \frac{\sqrt{2x}}{w} \right) H_p \left( \frac{\sqrt{2y}}{w} \right) \exp \left( - \frac{r^2}{w^2} \right) \exp \left[ - ik(1 - \beta)^{\frac{1}{2}} z \right] \quad (1.157)$$

gdzie:  $w^2 = \frac{2G}{k}$

Dla  $m=0$  i  $p=0$  funkcje Hermita  $H_m = H_p = 1$ , czyli mod podstawowy dla światłowodu gradientowego charakteryzuje się poprzecznym rozkładem opisanym funkcją Gaussa

## 1.7. Wytwarzanie światłowodów szklanych

Istotnym elementem wytwarzania światłowodów przesyłających na duże odległości jest umiejętność wytworzenia, modyfikowania i kontrolowania następujących parametrów włókna:

- tłumienność
- nieliniowość
- dyspersja
- współczynnik załamania
- domieszkowanie rdzenia atomami pierwiastków ziem rzadkich

Światłowody wytwarzane są z różnych materiałów:

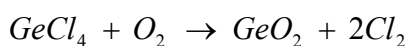
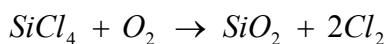
- światłowody szklane z czystego kwarcu i krzemionki  $\text{SiO}_2$  (mogą być domieszkowane), grubość rdzenia 5-10  $\mu\text{m}$  (SMF), 50/62.5  $\mu\text{m}$  (MMF), transmisja rzędu kilometrów. Do celów telekomunikacyjnych stosuje się wyłącznie ten typ materiału,
- światłowody szklane z halogenkami, wśród których najważniejsze znaczenie ma szkło typu ZBLAN ( $\text{ZrF}$ ,  $\text{BaF}_2$ ,  $\text{LaF}_3$ ,  $\text{AlF}_3$ ,  $\text{NaF}$  w proporcji 53:20:4;3:20),
- światłowody szklane fluorkowe ( $\text{KCl}$ ,  $\text{TlBrI}$ ),
- światłowody plastikowe APF (zarówno rdzeń jak i płaszcz wykonane są z plastiku PMMA, grubość rdzenia 980/1000  $\mu\text{m}$ , 650 nm, tłumienność wynosi ok. 220 dB/km, maksymalna odległość dla transmisji jest rzędu 50m,



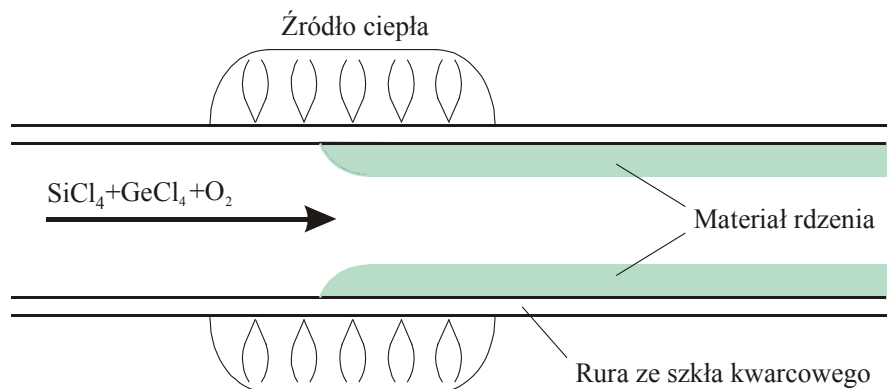
- światłowody plastikowe PCF (rdzeń wykonany jest ze szkła, płaszcz wykonany jest z plastiku, grubość rdzenia wynosi 200/300  $\mu\text{m}$ , 800 nm, tłumienność - ok 6 dB/km, maksymalna odległość transmisji - do 1km,
- światłowody półprzewodnikowe wykonane z warstw epitaksjalnych (np. GaAs/AlGaAs)
- Warstwy dielektryczne ( $\text{Ta}_2\text{O}_5$ , ZnO,  $\text{Si}_3\text{N}_3/\text{SiO}_2$ ).

Najczęściej stosowane światłowody są wytwarzane z czystego szkła kwarcowego ( $\text{SiO}_2$ ). Płaszcz jest wykonywany ze szkła, podczas gdy do szkła rdzenia dodaje się odpowiednią ilość domieszek – zwykle się german lub ołów które zwiększając współczynnik załamania w stosunku do współczynnika załamania płaszcz.

Na Rys.1.32, przedstawiono typową metodę wytwarzania światłowodów. Należy ona do grupy metod CVD (Chemical Vapour Deposition) i polega na osadzaniu dwutlenku krzemu domieszkowanego innymi tlenkami w fazie gazowej. Metodą tą można osadzać wiele warstw o różnych współczynnikach załamania, w celu wytworzenia światłowodu gradientowego. Metoda wytworzenia światłowodu metodą CVD polega na wdmuchiowaniu materiału w fazie gazowej do rury ze szkła kwarcowego, o średnicy około 15 mm, długości około 1 m. Rura stanowi materiał płaszcz, zaś wdmuchiwany materiał stanowi rdzeń. Materiał tworzący rdzeń jest mieszaniną chlorków krzemu ( $\text{SiCl}_4$ ) i chlorków domieszkowanych materiałów (np. germanu  $\text{GeCl}_4$ ). Rura ogrzewana jest punktowo do temperatury 1200-1400  $^\circ\text{C}$ . W temperaturach tych zachodzą reakcje chlorków z tlenem otoczenia



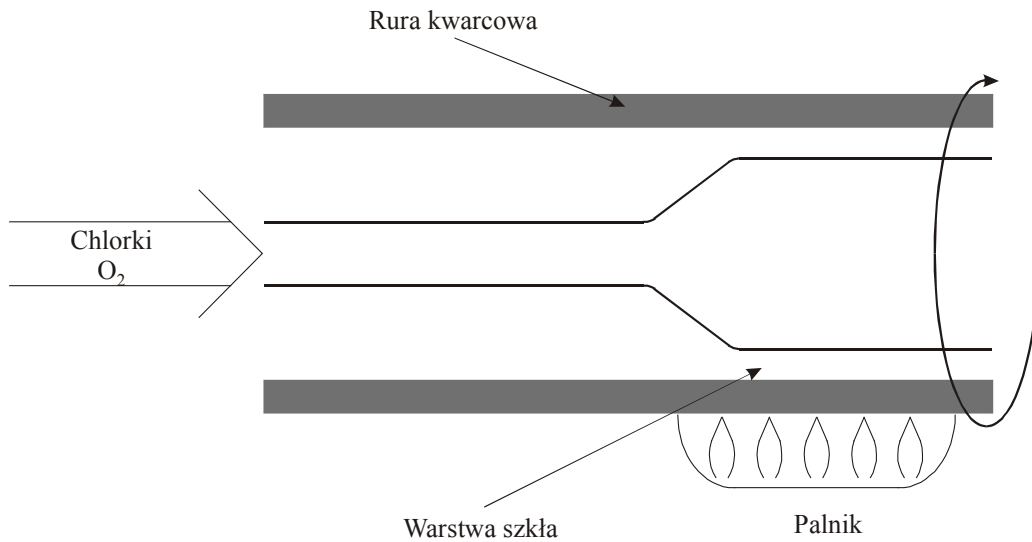
W wyniku reakcji powstaje krzemionka ( $\text{SiO}_2$ ) w postaci proszku i tlenek germanu, które osadzają się na wewnętrznej stronie rury kwarcowej. Otrzymany proszek topi się wewnątrz rury kwarcowej tworząc cienką warstwę o grubości około 10  $\mu\text{m}$ . Kontrolowanie współczynników załamania odbywa się przez stosowanie odpowiednich domieszek. I tak dodanie  $\text{B}_2\text{O}_3$  i  $\text{F}_2$  powoduje zmniejszanie współczynnika szkła, zaś domieszka z  $\text{GeO}_2$ ,  $\text{P}_2\text{O}_5$ ,  $\text{Al}_2\text{O}_3$  powoduje zwiększanie współczynnika szkła.



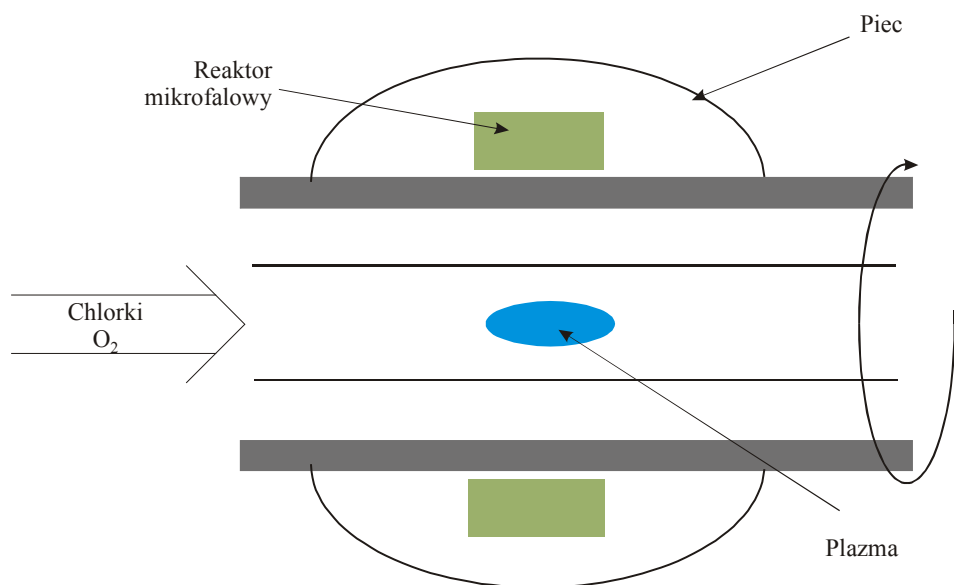
Rys.1.32 Schemat ilustrujący metodę CVD

Po zakończeniu procesu osadzania się krzemionki temperatura zostaje podniesiona do uzyskania temperatury topnienia szkła. Zastosowana temperatura topnienia zależy od rodzaju szkła, czyste szkła kwarcowe mają wysoką temperaturę topnienia ( $2000\text{ }^{\circ}\text{C}$ ), ale dodatki tlenków sodu lub wapnia obniżają temperaturę topnienia do  $1400\text{ }^{\circ}\text{C}$ . W temperaturze topnienia rura zewnętrzna mięknie, zaczyna topić się i zaciska się. Proces ten zwany kolapsem (ang. collapse) powoduje powstanie preformy, z której następuje wyciąganie nici szklanych z wieloskładnikowej masy szklanej za pomocą cieplnej plastycznej obróbki. Jakość preformy zależy od szybkości kolapsu, homogeniczności, która z kolei zależy od równomierności obrotu podczas ogrzewania i ciśnienia tlenu w rurze. Z kolei parametry wpływające na jakość preformy zależą od metody depozycji krzemionki na płaszczu kwarcowym. Metoda CVD została zmodyfikowana dla zastosowań światłowodowych poprzez metodę MCVD (Modified Chemical Vapor Deposition) (Rys.1.33), PCVD (ang. Plasma Chemical Vapor Deposition), PMCVD (Plasma Modified Chemical Vapor Deposition), OVD (Outside Vapor Deposition) oraz VAD (Vapor Axial Deposition).

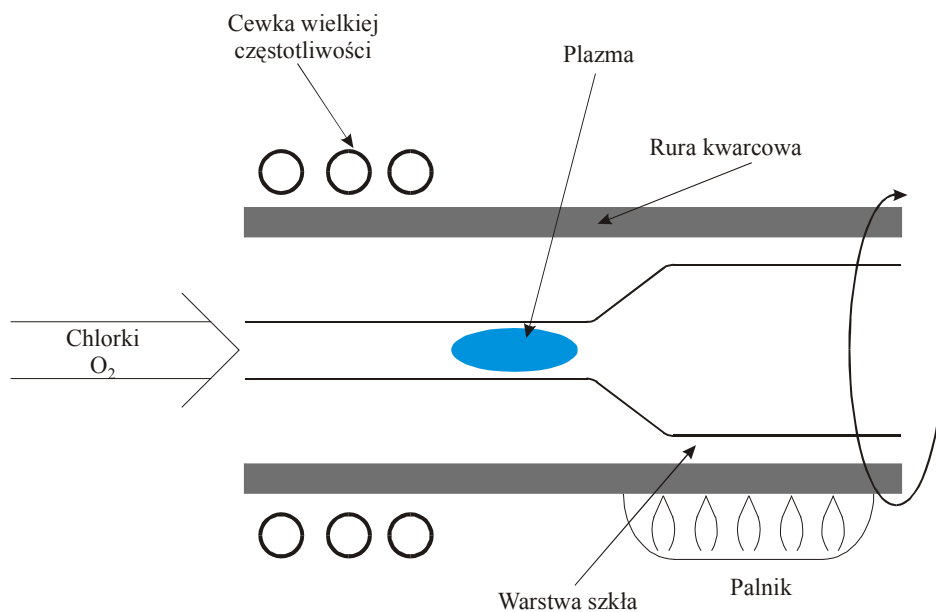
Metody CVD, MCVD, PCVD, PMCVD są ideowo podobne, ale różnią się szybkością tworzenia szkliwa, co jak wiadomo wpływa na jego stopień izotropowości i brak wyróżnionych osi optycznych pochodzących od lokalnych naprężeń. Metodę PCVD przedstawiono na Rys.1.34. W metodzie tej, szybkość osadzania szkliwa jest większa niż w metodzie CVD, dzięki zastosowaniu plazmy o temperaturze  $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$  wytworzonej w piecu mikrofalowym ( $2.5\text{ GHz}$ ), który porusza się wzdłuż rury z szybkością kilku metrów na minutę, zastępując palnik. Metoda ta stosowana jest w wytwarzaniu światłowodów do celów telekomunikacyjnych. W metodzie PMCVD plazma ma temperaturę bliską  $9000\text{ }^{\circ}\text{C}$ , co znacznie zwiększa szybkość osadzania szkliwa krzemionkowego.



Rys.1.33. Schemat ilustrujący metodę MCVD

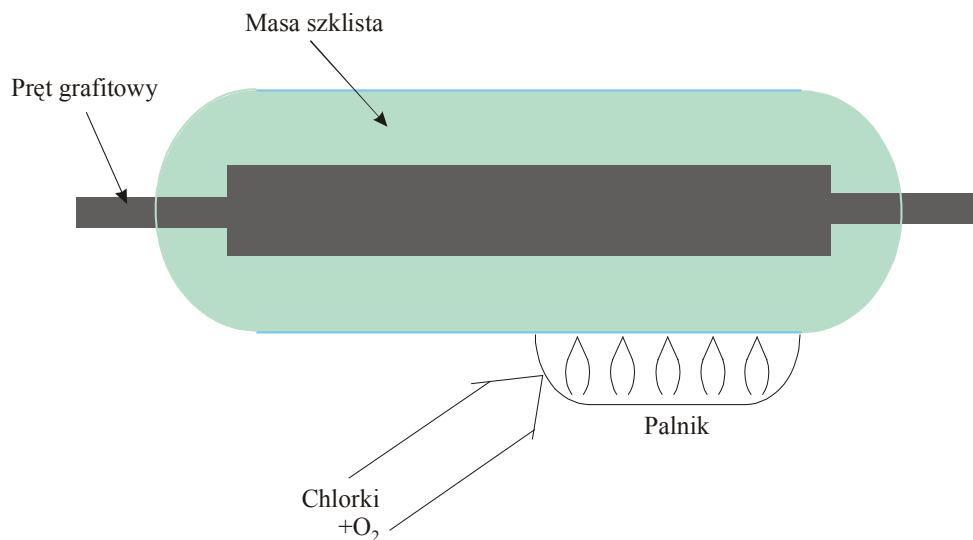


Rys. Schemat ilustrujący metodę PCVD



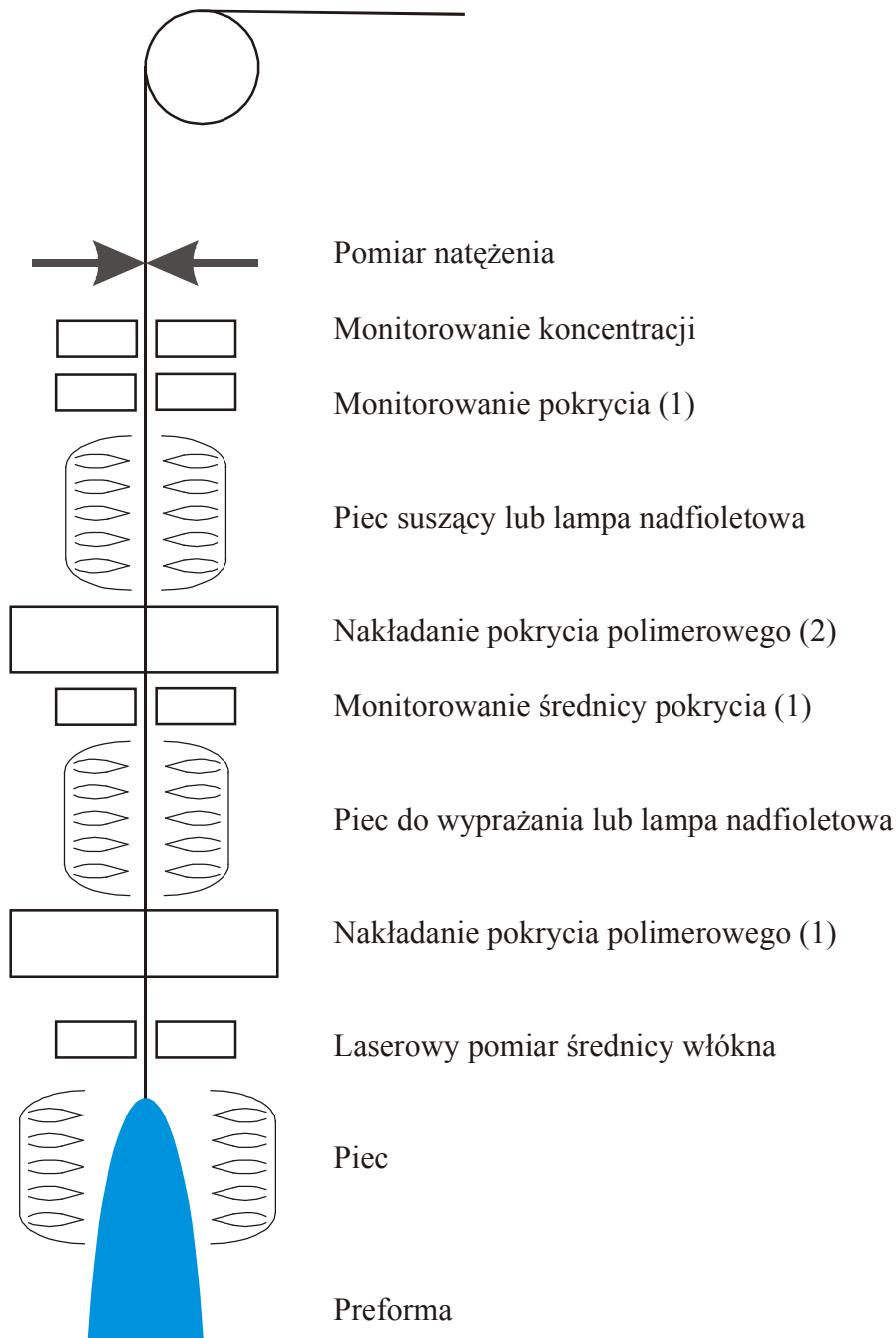
Rys.1.34. Schemat ilustrujący metodę PMCVD

Proces wytwarzania preformy w metodzie OVD jest ideowo inna. Produkty reakcji termicznej między chlorkami krzemu (i domieszek) i tlenem osadzają się na pręcie grafitowym, który następnie zostaje usunięty dzięki różnym współczynnikom rozszerzalności termicznej pręta i krzemionki. W ten sposób można otrzymać rurę ze szkliwa krzemionkowego, która wystarcza do wyciągnięcia włókna o długości do 30-40 km.



Rys.1.35. Schemat ilustrujący metodę OVD

Wytworzoną preformę wykorzystujemy do wyciągnięcia światłowodów. Schemat urządzenia do wyciągnięcia światłowodów z preformy przedstawiono na Rys.1.36.

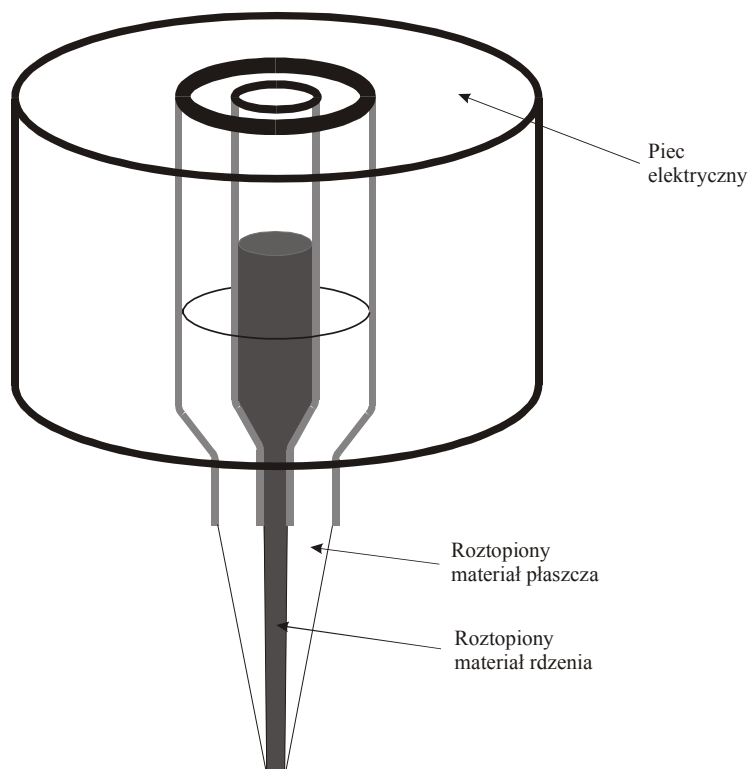


Rys.1.36. Schemat urządzenia do wyciągania światłowodów z preformy [11]

Wśród innych metod wyciągania światłowodów należy wymienić:

- metodę dwutyglową** (podwójnej dyszy) polegająca na jednoczesnym wyciągnięciu niskotopliwej masy szklanej rdzenia i płaszczka z dwóch współosiowo umieszczonych tygli (Rys.1.38). Metodą tą można uzyskiwać światłowody skokowe, ale również gradientowe. Światłowody gradientowe uzyskuje się metodą wymiany jonów między różnymi rodzajami szkła w procesie dyfuzji. Metoda ta jest coraz rzadziej stosowana jest do wyciągania światłowodów nie dłuższych niż 10 km.

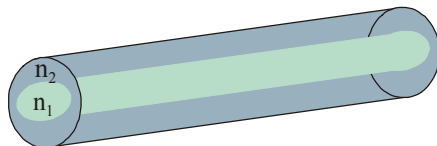
- **metodę pręt-rura** polegającą na przygotowaniu kształtki szklanej w postaci pręta i współosiowo umieszczonej rurki. Następnie kształtka zostaje podgrzana do temperatury w której szkło staje się plastyczne i wyciągana w postaci cienkich włókien.



Rys. 1.38. Schemat metody dwutyglowej.

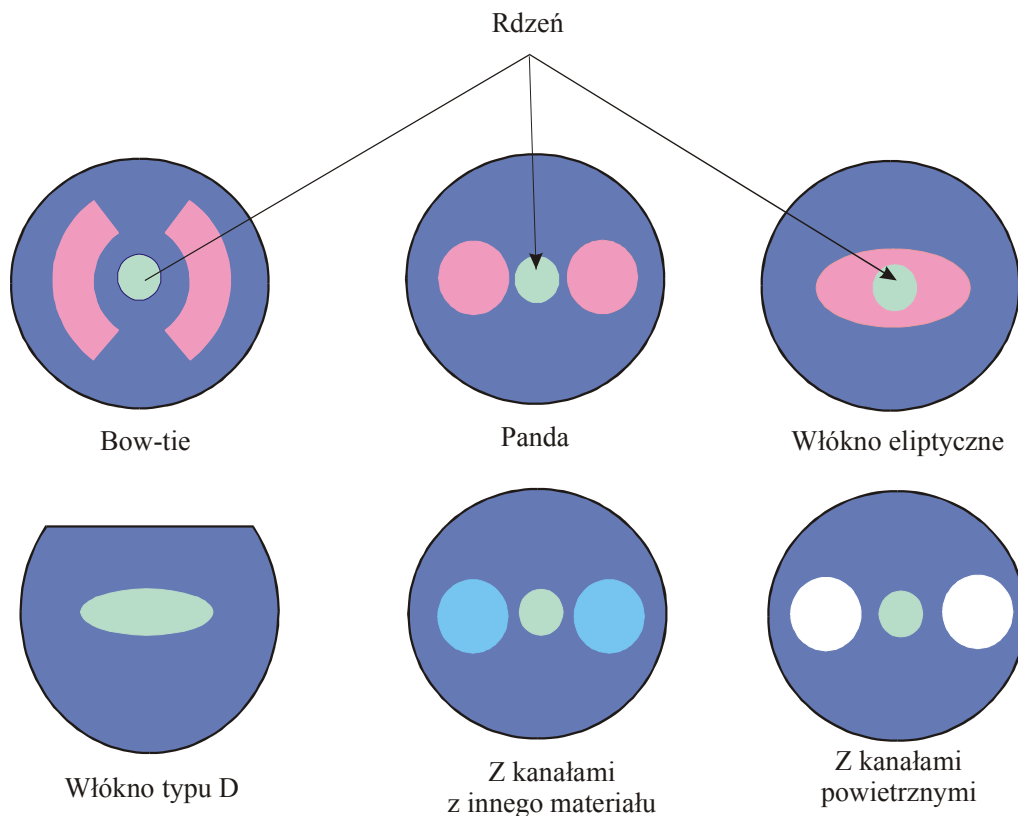
Osobną grupę światłowodów stanowią światłowody utrzymujące polaryzację, o których wzmiankowaliśmy w rozdziale 1.3. W niektórych zastosowaniach utrzymanie stałej polaryzacji w światłowodzie jest ważne, np. w interferometrach światłowodowych, laserach światłowodowych, czujnikach, modulatorach optoelektrycznych, w transmisji koherentnej oraz sprzęganiu zintegrowanych obwodów optycznych. Ponadto, we wszystkich światłowodach, w mniejszym lub większym stopniu, tłumienie zależy od polaryzacji i wpływa niekorzystnie na przenoszenie sygnału w światłowodzie. W światłowodach podtrzymujących polaryzację typu HB (ang. high birefringence) należy celowo wytworzyć dwójłomność. Wtedy przypadkowe zmiany polaryzacji związane z fluktuacjami gęstości i różnymi chwilowymi osiami naprężeń przestają być istotne, bowiem są one maskowane przez kontrolowaną, wprowadzoną umyślnie dwójłomność. Jeżeli polaryzację światła ustawimy wzdłuż wyróżnionej osi optycznej światłowodu, nie będzie ona ulegać zmianie w czasie propagacji przez światłowód. Rozróżniamy **dwójłomność wewnętrzną i indukowaną**. Dwójłomność wewnętrzną wytwarzamy w trakcie produkcji światłowodu, poprzez ukształtowanie preformy w celu wytworzenia rdzenia o odpowiednim kształcie lub o

odpowiednim profilu współczynnika załamania. Jest to najczęściej kształt eliptyczny rdzenia (Rys.1.39 ) lub eliptyczny profil współczynnika załamania rdzenia. Są to tak zwane światłowody typu LB (low birefringence).



Rys.1.39. Światłowod podtrzymujący polaryzację poprzez wytworzenie rdzenia o eliptycznym kształcie [10]

Innym sposobem wytwarzania dwójłomności w włóknie jest wytwarzanie wewnętrznych naprężeń. Są to światłowody typu HB (high birefringence). Na Rys.1.40 pokazano budowę najbardziej typowych światłowodów utrzymujących polaryzację poprzez wytwarzanie wewnętrznych naprężeń. Możemy zauważyć, że w przekroju przez włókno typu Panda, obok rdzenia w płaszczu znajdują się dwa otwory, które wypełnia się prętami wykonanymi z materiału o większym niż płaszcz współczynnika rozszerzalności termicznej (najczęściej szkło borokrzemianowe). Po wyciąganiu włókna powstają naprężenia wzdłuż wyróżnionej osi w światłowodzie, które wywołują kontrolowaną dwójłomność. Powoduje to, że włókno działa jako analizator polaryzacji i przepuszcza światło tylko w jednej płaszczyźnie polaryzacji. Inne rozwiązania przedstawiono na Rys.1.40 . Przykładowo, w włóknie typu D płaszcz jest ścięty w taki sposób, że płaszczyzna jest równoległa do osi optycznej światłowodu. W włóknach eliptycznych, przekrój rdzenia jest uformowany w kształcie elipsy [10]



Rys.1.40. Budowa światłowodów utrzymujących polaryzację

## 1.8. Pojęcie okien optycznych światłowodów

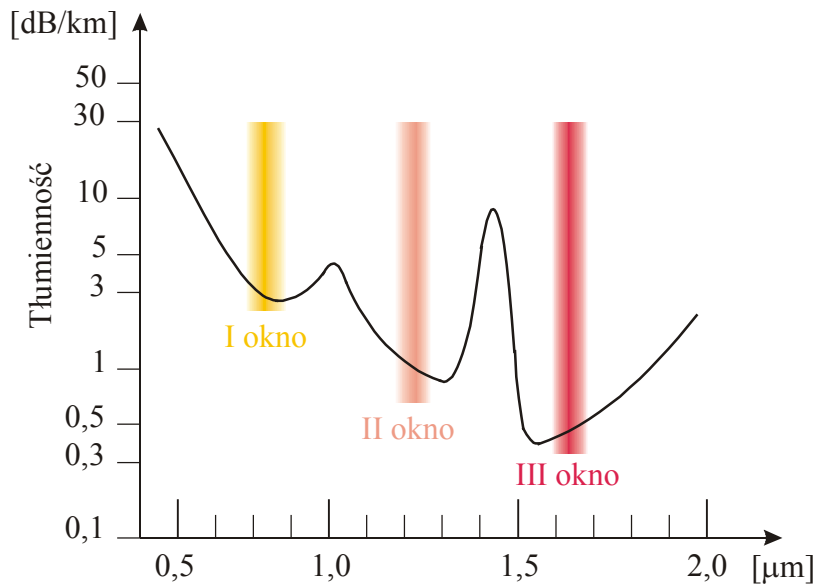
Sygnal optyczny propagujący w światłowodzie ulega tłumieniu. Pierwsze światłowody charakteryzowały się tak dużym tłumieniem, iż nie przewidywano wtedy ich szerokiego zastosowania. W szczególności wydawało się niemożliwe żeby światłowody mogły transmitować na duże odległości. W roku 1972 amerykańska firma Corning Glass wyprodukowała światłowód wielomodowy o tłumienności 4 dB/km dla fali o długości 850 nm. Tłumienie ma różne źródła, do najważniejszych zaś należą:

- Rozpraszanie Rayleigha ( $T \propto \frac{1}{\lambda^4}$ ) spowodowane fluktuacjami gęstości materiału światłowodu zazwyczaj szkła,
- < 200 nm (0.2 $\mu$ m) absorpcja w nadfiolecie z pasma walencyjnego do pasma przewodnictwa,
- absorpcja w dalekiej podczerwieni dla II i III harmonicznej ( 1.38  $\mu$ m i 0.95  $\mu$ m) drgania wibracyjnego wiązania O-H jonu OH<sup>-</sup> lub wody,
- absorpcja w dalekiej podczerwieni dla drgania mieszanego (sumacyjnego) dla jonu OH<sup>-</sup> i wiązania Si-O (1.23  $\mu$ m) krzemionki,



- absorpcja w podczerwieni dla drgania wibracyjnego Si-O (9  $\mu\text{m}$ ),
- absorpcja domieszek jonów metali ( $\text{Cu}^{+2}$ ,  $\text{Cr}^{+2}$ ,  $\text{Fe}^{+2}$ ) i wodoru  $\text{H}_2$  (1.24  $\mu\text{m}$ ),
- nieregularności światłowodu (mikrozgiecia, wahania średnicy).

Rozpraszanie i absorpcja powodują, że zależność tłumienności szkła kwarcowego od długości fali wygląda tak jak przedstawiono na Rys. 1.41 i w Tabeli 1.1.



Rys.1.41. Zależność tłumienności od długości fali

Tabela 1.1. Okna optyczne

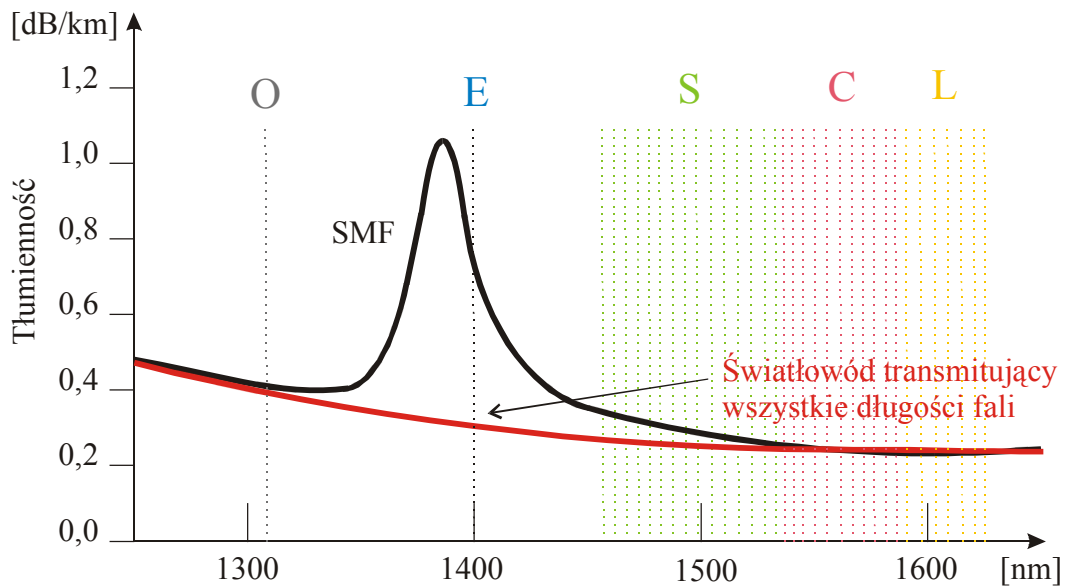
Okno optyczne	Długość fali [nm]	Tłumienność [Db/km]
I	850	~3
II	1300	0,3 – 0,5
III	1550	0,18 – 0,3

Rozpraszanie i absorpcja powodują, że zależność tłumienności szkła kwarcowego od długości fali wygląda tak jak przedstawiono na Rys.1.41 i w Tabeli 1.1. Widzimy, że w zakresie promieniowania widzialnego tłumienność jest bardzo duża, rzędu 30 dB/km. Zbliżając się do podczerwieni, w obszarze 850-860 nm tłumienność wynosi już tylko około 3 dB/km. W okolicach 0.95  $\mu\text{m}$  tłumienność wzrasta z powodu absorpcji dla nadtonu (II harmonicznej) drgania wibracyjnego O-H jonu  $\text{OH}^-$ , jest to tzw. pik wodny. Obszar 850-860 nm nosi nazwę I okna optycznego. Między I i II pikiem wodnym (1.38  $\mu\text{m}$ ) występuje II okno optyczne z tłumiennością rzędu 0.5-03 dB/km. Za pikiem wodnym 1.38  $\mu\text{m}$  znajduje się III okno optyczne o najniższej tłumienności rzędu 0.2 dB/km. Ze względu na duże tłumienie I okno optyczne w zakresie 850-860 nm, historycznie najstarsze, jest wykorzystywane na krótsze odległości do kilkunastu kilometrów, na przykład w sieciach LAN, i

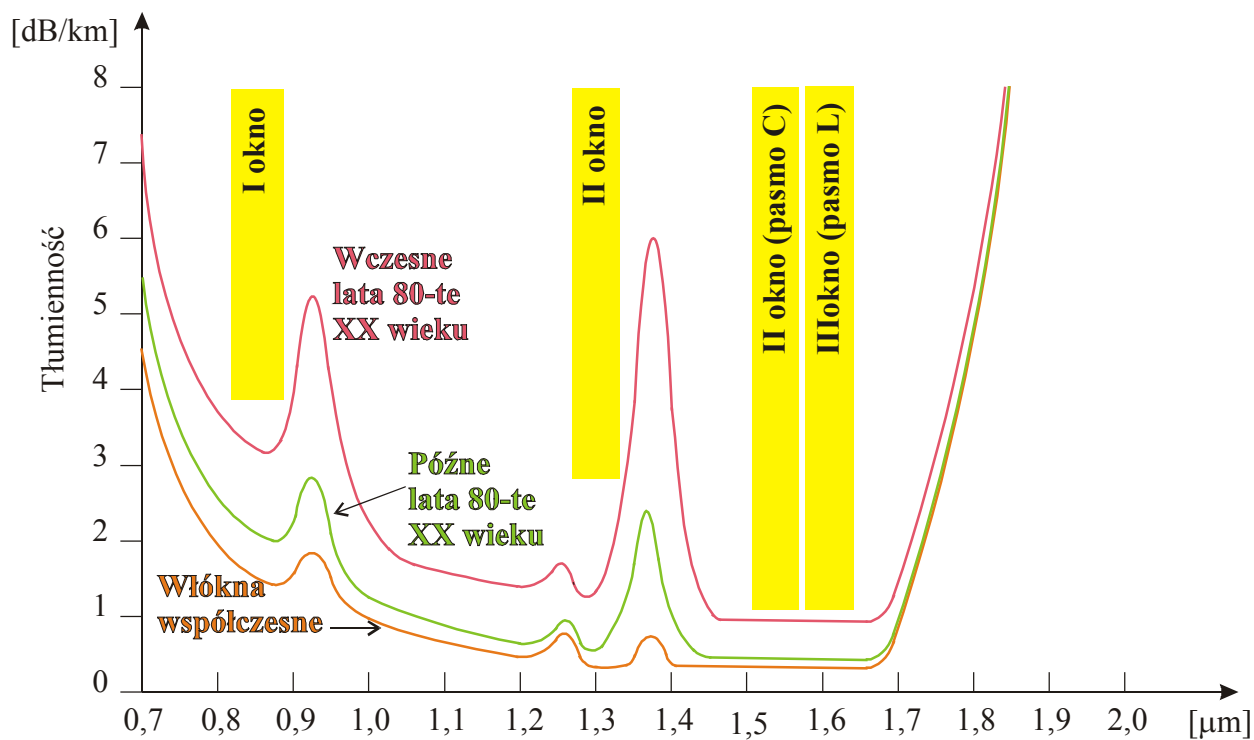
charakteryzuje się przepływnościami poniżej 1 Gb/s·km. W I oknie stosowane są wielomodowe światłowody skokowe. Za atrakcyjnością tego okna, pomimo wysokiej tłumienności, przemawiała dostępność tanich źródeł światła - diod elektroluminescencyjnych. W II oknie, które wykorzystuje promieniowanie 1310 nm, stosowane są droższe światłowody- wielomodowe gradientowe oraz światłowody jednomodowe. Ze względu na znacznie niższe tłumienie sygnały przesyłane są na większe odległości, do 100 km bez regeneracji, a transmisja jest szybsza, do 80 Gb/s·km. W III oknie optycznym znajdują się dwa pasma: C (1550nm) oraz L(1625 nm). W zakresie tym używa się światłowodów jednomodowych. Ze względu na małe tłumienie sygnały przesyłane są na duże odległości rzędu 200 km między regeneratorami, a przepustowość może osiągnąć wartości powyżej 200 Gb/s·km. Wraz z rozwojem technologii wytwarzania światłowodów, pokonano również barierę tłumienności w okolicach pików wodnego 1380 nm, spowodowaną absorpcją jonów OH<sup>-</sup>. Obszar pików wodnego nosi nazwę pasma E. W Tabeli 1.2 i na Rys.1.42 przedstawiono aktualnie wykorzystywane pasma transmisyjne wykorzystywane w technikach multipleksacji WDM, zaś na Rys.1.43 zilustrowano postęp jaki osiągnięto w latach 80 i 90 w zmniejszaniu tłumienności poszczególnych regionów spektralnych.

Tabela 1.2. Pasma transmisyjne wykorzystywane w technikach multipleksacji WDM.

<b>OKNO</b>	<b>Długość fali (nm)</b>
<b>I pasmo</b>	<b>850</b>
<b>II pasmo O</b>	<b>1260-1360</b>
<b>V pasmo E</b>	<b>1360-1460</b>
<b>pasmo S</b>	<b>1460-1530</b>
<b>III pasmo C –okno erbowe</b>	<b>1530-1565</b>
<b>IV pasmo L</b>	<b>1565-1625</b>
<b>VI pasmo U</b>	<b>1625-1675</b>



Rys.1.42. Pasma transmisyjne wykorzystywane w technikach multipleksacji WDM.



Rys.1.43. Zakresy spektralne wykorzystywane obecnie w światłowodach

## 1.9. Generacje transmisji światłowodowej

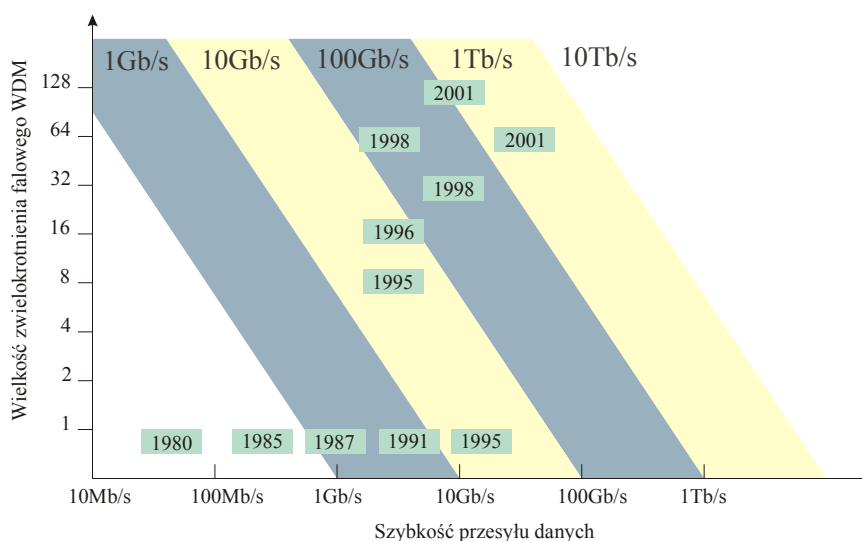
Historię rozwoju technik światłowodowych przedstawiono w wielu podręcznikach [1-6]. Tutaj przedstawimy więc tylko skrót przedstawiający kolejne fazy rozwoju technik światłowodowych. Można wyróżnić pięć generacji:

- **Pierwsza generacja** – Pierwsze światłowody zostały wykorzystane po raz pierwszy przez armię amerykańską we wczesnych latach siedemdziesiątych. w celu udoskonalenia komunikacji. Marynarka wojenna zainstalowała pierwsze światłowodowe połączenie telefoniczne. Następnie siły powietrzne USA rozwinęły w 1976 roku program światłowodowy, znany pod nazwą Airborne Light Optical Fiber Technology (ALOFT). Zastosowania cywilne rozpoczęły się w 1977 roku, kiedy to zarówno AT&T and GTE zainstalowały światłowodowy system telefoniczny w Chicago i Bostonie. Te pierwsze aplikacje pracowały w pierwszym oknie optycznym, 850nm, o tłumienności około 4dB/km, przepustowości poniżej 50Mb/s, na włóknach wielomodowych o skokowym profilu współczynnika załamania.
- **Druga generacja** – rozwija się od 1987 roku, kiedy to większość firm przeniosło transmisję do II okna optycznego 1310 nm o tłumienności około 0.5 dB/km z zastosowaniem światłowodów jednomodowych o prawie zerowej dyspersji.
- **Trzecia generacja** – rozpoczęta w 1977 przez Nippon Telegraph and Telephone (NTT) poprzez zastosowanie transmisji w III oknie, 1550 nm, rozwinęła się w latach dziewięćdziesiątych. Transmisja w III oknie charakteryzuje się małą tłumiennością (od 0.16 do 0.2 dB/km), co znacznie zwiększa zasięg (bez regeneracji do około 300km). Niepożądaną cechą jest występowanie wysokiej dyspersji (15 – 20 ps/km\*nm).
- **Czwarta generacja** – w IV oknie w pobliżu 1625 nm, jest obecnie rozwijana. Choć tłumienie w IV oknie jest porównywalne z III oknem, to znacznie upraszcza wprowadzenie szerokopasmowych wzmacniaczy optycznych EDFA oraz techniki zwielokrotnienia falowego WDM.
- **Piąta generacja** – to najnowsze osiągnięcia w zakresie transmisji solitonowej, które prowadzą do teoretycznie nieograniczonego wzrostu pojemności transmisyjnej. W 1990

roku Bell Labs przesłał sygnał 2.5 Gb/s na odległość 7500 km bez regeneracji. System wykorzystał laser solitonowy i wzmacniacz optyczny EDFA. W roku 1998 ta sama firma przesłała 100 jednoczesnych sygnałów, każdy o szybkości przepływu 10 Gb/s, stosując technikę WDM na odległość 400 km, czyli całkowita przepływność osiągnęła Tb/s ( $10^{12}$  bitów na sekundę). Inne rekordy w rozwoju transmisji światłowodowej przedstawiono niżej:

- 1990-1995 – 2.5 Gb/s w jednym włóknie, 1 kanał, TDM, 80-150 km bez regeneracji
- 1997 - 10 Gb/s w jednym włóknie, 1 kanał, TDM
- rekordy w sieciach szkieletowych DWDM w jednym włóknie: wrzesień, 2000, Alcatel, 5.12Tb/s, październik 2000, NEC, 6.4Tb/s na odcinku 186 km, 2003, Alcatel, 10.1Tb/s na dystansie 300 km oraz 5.0 Tb/s w zasięgu do 2000 km
- praktyka (2003) w sieciach szkieletowych DWDM w jednym włóknie, 40 Gb/s na pojedynczej długości fali, 160 kanałów,  $40\text{Gb/s} \cdot 160 = 6.4 \text{ Tb/s}$

Obecnie, technologia DWDM ciągle rozwija się. Zapotrzebowanie na przesyłanie informacji ciągle rośnie, a usługi internetowe stanowią dominujący fragment usług (Rys. 1.44). W ostatniej dekadzie pojemność transmisji światłowodowej wzrosła 200 razy. Rys. 1.44 ilustruje ten kierunek rozwoju.



## 1.10 Podsumowanie

Tabela 1.3 Rodzaje włókien światłowodowych i ich charakterystyka

Rodzaje włókien światłowodowych	Charakterystyka
Włókna wielomodowe	<b>MMF</b> - Multi Mode Fiber, 850nm, przydatny na krótkie odległości, nieprzydatny w technologiach zwielokrotnienia WDM, duża tłumienność około 4dB/km, wysoka dyspersja, niewielka przepustowość poniżej 1Gb/s·km
Standardowe włókna jednomodowe	<b>SMF</b> - Single Mode Fiber, zalecenie ITU-T* G.652, ze skokowym współczynnikiem załamania, zero dyspersji w II oknie optycznym, wysoka dyspersja w III oknie optycznym 1550 nm, około 17 ps/nm·km, niska tłumienność i niewielka podatność na efekty nieliniowe w III oknie optycznym, dobry do zastosowań jednokanałowych w II oknie oraz w zastosowaniach wielokanałowych w technologiach zwielokrotnienia DWDM na niewielkie odległości
Włókna jednomodowe z przesuniętą dyspersją	<b>DS-SMF</b> – Dispersion Shifted-Single Mode Fiber, zalecenie G.653, gradientowy współczynnik załamania, silnie ujemna dyspersja w II oknie (poniżej 20 ps/nm·km, zerowa dyspersja dla 1550 nm w III oknie, zastosowania w jednokanałowych transmisjach na duże odległości w III oknie, niewielka przydatność w transmisji wielokanałowej w III oknie, bowiem brak

	dyspersji jest przyczyną przesłuchów na skutek zjawiska nieliniowego mieszania czterofalowego (FWM-four wave mixing)
Włókna jednomodowe z niezerową przesuniętą dyspersją	<b>NZDS- SMF</b> – Non Zero Dispersion Shifted-Single Mode Fiber, zalecenie G.655, mała ale niezerowa dyspersja w całym zakresie przenoszenia wzmacniaczy optycznych EDFA (1530-1565 nm) ograniczająca efekty nieliniowe FWM oraz modulacji skośnej CPM (cross phase modulation), jak dotychczas najlepsze medium transmisji DWDM w III oknie na dalekie odległości

\*ITU-T International Telecommunication Union – Telecommunication Standardization Sector

**JEDNAK NAWET NAJLEPSZE WŁÓKNA OPTYCZNE NIE WYSTARCZAJĄ DO ZAPEWNIENIA PRZEPLYWNOŚCI RZĘDU TERABITÓW W SIECIACH OPTYCZNYCH. DO OSIĄGNIĘCIA TEGO CELU POTRZEBNE SĄ ODPOWIEDNIE PLATFORMY OPTYCZNE I PRZEŁĄCZNIKI OPTYCZNE**

## 1.11. Uzupełnienie

**Tabela 1. Wielkości występujące w równaniach Maxwella**

Symbol	Wielkość fizyczna	Jednostka SI	Oznaczenia
E	Natężenie pola elektrycznego	Volt na metr	V/m
D	Indukcja elektryczna	Coulomb na metr kwadratowy	C/m <sup>2</sup>
H	Natężenie pola magnetycznego	Amper na metr	A/m
P	Polaryzacja		
M	Magnetyzacja		
j	Gęstość prądu	Amper na metr kwadratowy	A/m <sup>2</sup>
B	Indukcja magnetyczna	Tesla	T
$\rho$	Gęstość ładunku elektrycznego	Coulomb na metr sześcienny	A/m <sup>3</sup>
$\sigma$	Przewodność elektryczna	Simens na metr	S/m
$\mu$	Przenikalność magnetyczna	Henr na metr	H/m
$\varepsilon$	Przenikalność elektryczna	Farad na metr	F/m

Symbol	Wielkość fizyczna	Wartość
c	Szybkość światła w próżni	2.998 x 10 <sup>8</sup> m/s
$\mu_0$	Przenikalność magnetyczna próżni	4 $\pi$ x 10 <sup>-7</sup> H/m
$\varepsilon_0$	Przenikalność elektryczna próżni	8.854 x 10 <sup>-12</sup> F/m



**Tabela 2. Wielkości radiometryczne i fotometryczne**

Wielkości radiometryczne			Wielkości fotometryczne		
Nazwa	Symbol i wzór	Jednostka	Nazwa	Symbol i wzór	Jednostka
Energia promieniowania (ang. Radiant energy)	$Q_e$	J	Energia luminacji (ang. Luminous energy)	$Q_v$	lm s (talbot)
Moc promieniowania (ang. Radiant power)	$\Phi_e = \frac{dQ_e}{dt}$	W	Strumień oświetlany (ang. Luminous flux)	$\Phi_v = 683 \int \Phi(\lambda)V(\lambda)d\lambda$	lm (lumen/nm)
Natężenie promieniowania (ang. Radiant intensity)	$I_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}$	$\frac{W}{sr}$	Światłość (ang. Luminous intensity)	$I_v = \frac{d\Phi_v}{d\Omega}$	cd = $\frac{lm}{sr}$ (kandela)
Luminancja energetyczna (ang. Radiance)	$L_e = \frac{dI_e}{dA \cos \Theta}$	$\frac{W}{sr m^2}$	Luminancja (ang. Luminance)	$L_v = \frac{dI_v}{dA \cos \Theta}$	nit = $\frac{cd}{m^2}$
Emitancja energetyczna (ang. Radiant exitance)	$M_e = e \frac{d\Phi_e}{dA}$	$\frac{W}{m^2}$	Emitancja (ang. Luminous exitance)	$M_v = \frac{d\Phi_v}{dA}$	$\frac{lm}{m^2}$
Oświetlenie (ang. Irradiance)	$E_e = \frac{d\Phi_e}{dS}$	$\frac{W}{m^2}$	Natężenie oświetlenia (ang. Illuminance)	$E_v = \frac{d\Phi_v}{dS}$	lx = $\frac{lm}{m^2}$ (lux)

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.158)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.159)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.160)$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M} \quad (1.161)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} \quad (1.162)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (1.163)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (1.164)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}(x, y, z, t) &= \text{Re}[\vec{E}(x, y, z)e^{i\omega t}] = \\ &= \frac{1}{2} [\vec{E}(x, y, z)e^{i\omega t} + \vec{E}(x, y, z)e^{-i\omega t}] \end{aligned} \quad (1.165)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -i\omega \vec{B} \quad (1.166)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + i\omega \vec{D} \quad (1.167)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.168)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.169)$$

$$\nabla \cdot \vec{J} + i\omega \rho = 0 \quad (1.170)$$

$$\frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|} = \left( \frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 377 \Omega \quad (1.171)$$

1. G. P. Agrawal, Nonlinear Fiber Optics, Academic Press, San Diego, Third Edition, 2001, Chap.2
2. D. Marcuse, Theory of Dielectric Optical Waveguides, Academic Press, San Diego, CA, 1991, Chap.2

3. A.W. Snyder, J.D. Love, Optical Waveguide Theory, Chapman and Hall, London, 1983, Chaps. 12-15
4. J.A. Buck, Fundamentals of Optical Fibers, Wiley, New York, 1995, Chap.3
5. J. Siuzak, Wstęp do telekomunikacji światłowodowej, Wydawnictwa Komunikacji I Łączności, Warszawa, 1997, 1999
6. B. Ziętek, Optoelektronika, Wydawnictwo Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, 2005
7. W.van Etten, J.van der Plaats: Fundamentals of Optical Fiber Communications, Prentice Hall, New York 1991
8. D. Marcuse, Loss analysis of single mode fiber splices, Bell System Technical Journal, vol.56, no.5, str. 703-718, 1977
9. R. Feynmann, R. B. Leighton, M. Sands, Feynmana wykłady z fizyki, Tom 2, część 2
10. R.B. Dyott, Elliptical Fiber Waveguides, Artec House, Boston, 1995]
11. K.Hill, Optoelectronics